И. В. Ященко, А. В. Семенов, П. И. Захаров

Подготовка к экзамену по математике ГИА 9 (новая форма) в 2010 году

Методические рекомендации

Издательство МЦНМО
2009

УДК 373.167.1
ББК 22.141я721
Я97

Ященко И. В., Семенов А. В., Захаров П. И.

Я97 Подготовка к экзамену по математике ГИА 9 (новая форма) в 2010 году. Методические рекомендации. — М.: МЦНМО, 2009. — 240 с.

ISBN 978-5-94057-543-6

Книга написана по материалам лекций в Московском институте открытого образования Департамента образования г. Москвы. Авторский подход успешно используется при подготовке к экзамену с 2008 года во многих регионах РФ. Книга содержит материалы, которые помогут учителям организовать итоговое повторение и подготовку к экзамену по математике за курс основной школы (9 класс) в новой форме. Также книга является эффективным средством самоподготовки к экзамену.

ББК 22.141я721

Иван Валериевич Ященко
Андрей Викторович Семенов
Петр Игоревич Захаров

ПОДГОТОВКА К ЭКЗАМЕНУ ПО МАТЕМАТИКЕ
ГИА 9 (НОВАЯ ФОРМА) В 2010 ГОДУ.
Методические рекомендации

Подписано в печать 11.09.2009 г. Гарнитура Школьная.
Формат 60×90/16. Бумага офсетная №1. Печать офсетная.
Печ.л. 15. Доп. тираж 10 000 экз. Заказ № 18389.

Издательство Московского центра
непрерывного математического образования
119002, Москва, Бол. Власьевский пер., 11.
Тел.: (499) 241-74-83, (495) 745-80-31.

Отпечатано по CtP-технологии в ОАО «Печатный двор» им. А. М. Горького.
197110, Санкт-Петербург, Чкаловский проспект, 15.

Книги издательства МЦНМО можно приобрести в магазине «Математическая книга» по адресу: Бол. Власьевский пер., д. 11. Тел.: (499) 241-72-85. E-mail: biblio@mccme.ru

ISBN 978-94057-543-6

© Ященко И.В., Семенов А.В., Захаров П.И., 2009.
© МЦНМО, 2009.

Введение

Экзамен по алгебре ГИА 9 (в новой форме) не только своим названием, но и формой, и содержанием вызывает у многих испуг или удивление. Он похож скорее на американские тестовые экзамены, чем на обычные школьные контрольные, к которым привыкли и ученики, и учителя, и родители. Именно поэтому к нему начинают специально готовить даже тех, кто неплохо пишет обычные работы, а уж тем более тех, кто испытывает затруднения в математике.

В этой книге есть рекомендации для учителя по организации подготовки учащихся к экзамену, комплекты тематических заданий и диагностические работы. Особенность книги заключается в том, что ученик может самостоятельно готовиться к экзамену.

Любой экзамен проверяет не только знания по предмету, но и умение читать и понимать прочитанное, внимательность, аккуратность в оформлении решений (запись ответов в бланк), умение проверять свои решения.

Если разобраться, то окажется, что к тестовой части экзамена в новой форме подготовиться даже быстрее и проще, чем к обычному экзамену, — неуверенность и слабое знание предмета можно компенсировать знанием особых приемов и хитростей, а также простой отработкой заданий определенного типа плюс небольшим везением при угадывании ответов.

Экзамен по алгебре за 9-й класс уже традиционно проходит в конце мая.

Вариант экзаменационной работы состоит из двух частей. В первой части в 2009 году было 16 заданий, во второй — 5. На выполнение всей работы отводилось 4 часа (240 минут). На выполнение первой части отводилось 90 минут[1] — после этого работы забирались, и учащиеся имели возможность работать только с заданиями второй части.

Первая часть обязательна для всех. Если первая часть выполнена на отметку «два», то вторая часть просто не проверяется, и за экзамен выставляется двойка. Задания первой части не столько проверяют знания школьного материала по алгебре, сколько дают возможность учащемуся продемон-

[1] Время выполнения первой части экзамена (60 или 90 мин) устанавливается региональным Управлением образования. В 2009 г. в Москве оно было установлено равным 90 мин.

стрировать сообразительность и находчивость при решении тестовых задач. Именно эта часть экзамена вызывает наибольшую трудность у учащихся. Ведь форма и содержание этой части экзамена сильно отличается от того, чему учили в школе 9 лет. Не нужно подробно и аргументированно излагать решение, да и времени подумать очень мало: не 20–30 минут на задачу (как на традиционном экзамене), а 3–5 минут на задачу. Зато в части задач нужно только написать ответ, а в других выбрать (или угадать!) один из четырех предложенных вариантов.

Несколько слов об оформлении ответов к заданиям первой части. Если к заданию приводятся четыре варианта ответа, то верный из них только один, и нужно обвести кружком цифру, соответствующую верному ответу. Если не даны варианты ответов, то дано поле, куда нужно записать полученный ответ. Есть еще один тип заданий — на установление соответствия. Например, системы неравенств обозначены буквами А, Б, В, а рисунки обозначены цифрами 1, 2, 3 и нужно вписать в приведенную таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Исправления в бланках допускаются. Если допущена ошибка при выборе ответа, то нужно зачеркнуть отмеченную и обвести кружком другую цифру. Если допущена ошибка при записи ответа, то надо зачеркнуть запись и рядом написать другой ответ.

Совет: на все вопросы по заполнению бланков есть ответы в инструкции по выполнению работы. Не надо бояться исправлять ответы в бланках.

При подготовке к экзамену ни в коем случае нельзя ориентироваться только на демонстрационный вариант и ограничиваться решением многочисленных его копий, поскольку реальный экзамен может от него отличаться.

В 2008 году авторы этой книги предложили свою систему подготовки к экзамену по алгебре в новой форме. Предложенная система оказалась востребованной. Авторы получили положительные отзывы от методистов, учителей, родителей и учеников. Большинство критических замечаний учтено в данном пособии при подготовке к изданию.

Данная книга поможет ученикам лучше подготовиться к успешному решению заданий этого необычного экзамена. Кроме того, за короткое время проработав эту книгу, можно

существенно улучшить свои навыки при решении тестовых задач, даже не всегда освоив математическую суть заданий! Подготовка к выполнению заданий второй части — это обычная подготовка к традиционному экзамену, поэтому в книге даны только несколько вариантов заданий второй части для тренировки.

Для удобства подготовки к первой части экзамена соответствующие разделы книги имитируют бланки ответов — они рассчитаны на вписывание ответов прямо на соответствующие страницы книги.

Особенности работы с заданиями первой части

- Первая часть обеспечивает получение тройки.
- Задания даны в тестовой форме (выбор из четырех предложенных вариантов, установление соответствия или краткий ответ).
- Ограниченное время и много задач: 90 (или даже 60) минут и 16 задач.
- Непривычные формулировки ряда задач (с дополнительным логическим вопросом или непривычно сложные формулировки).

Решений задач первой части предъявлять не нужно, поэтому не надо оформлять решение подробно, как учили (нет времени, места, да и оценивается только ответ), но на черновике советуем писать все промежуточные выкладки, чтобы исключить ошибки.

Типичные ошибки при выполнении заданий первой части

- Невнимательное чтение условия (путаем наибольшее и наименьшее, что вынести в ответ и т. п.).
- Арифметические ошибки (в первую очередь работа с отрицательными числами и дробями).
- Элементарная невнимательность при переносе ответа в бланк.

Как с помощью этой книги организовать подготовку к выполнению заданий первой части экзамена

1. Предложите решить задание демонстрационного варианта экзамена 2009 года.[1]
   Проверьте ответы.
   Отметьте задания, в которых получен неверный ответ.
   Обратите внимание учащихся на решения заданий демонстрационного варианта, включая предостережения и советы, уделяя особое внимание тем задачам, в которых получен неверный ответ.

2. Предложите решить диагностическую работу 1.
   Проверьте ответы.
   Отметьте задания, в которых получен неверный ответ.

3. В разделе тематических заданий (комплект 1) в первую очередь предложите выполнить задания, в которых получены неверные ответы.
   Предложите выборочно решить задания других разделов.

4. Предложите решить диагностические работы 2 и 3.

5. В разделе тематических заданий (комплект 2) в первую очередь предложите решить задания, в которых получены неверные ответы.
   Предложите выборочно решить задания других разделов.

6. Предложите решить диагностические работы 4 и 5, сверяя ответы, обязательно повторяя советы и предостережения, выборочно возвращаясь к тематическим разделам.

7. Предложите решить варианты 2008, 2009 годов, сверяя ответы.

Как с помощью этой книги организовать подготовку к выполнению заданий второй части экзамена

Подготовка к решению заданий второй части экзамена в целом традиционна.

---

[1] После публикации демонстрационного варианта 2010 года подготовку следует скорректировать с учетом отличий демоверсии 2010 года от демоверсии 2009 года.

Предложите решить варианты комплектов заданий второй части.

Темы, задания по которым вызвали затруднения, следует повторить по традиционным учебникам или задачникам (например, по «Сборнику заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы. 9 класс» Л. В. Кузнецовой и др. или «Сборнику задач для подготовки и проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы» под ред. С. А. Шестакова).

Завершающая стадия подготовки

1. На завершающей стадии подготовки следует решить диагностические работы 6–8 в обстановке, максимально приближенной к экзаменационной.
   Возьмите под особый контроль продолжительность выполнения тренировочной работы — 4 часа (из них первая часть не более 90 или 60 минут — в зависимости от региона).
   Проверьте ответы.

2. Разберите, при необходимости, соответствующие тематические разделы из данной книги.

И помните, что подготовка и «натаскивание» к сдаче экзамена в тестовой форме не заменяют занятия математикой.

☞ Учителя и преподаватели могут профессионально обсудить подготовку школьников к экзамену в учительской на сайте math.ru

Методические рекомендации

В 2008/09 учебном году в Москве были проведены две диагностические работы. В этом разделе приводятся тексты этих диагностических работ, анализ итогов и методические рекомендации по организации подготовки девятиклассников к экзамену по алгебре.

Диагностическую работу №1 выполняли более 50 000 девятиклассников.

Работа была проведена в октябре 2008 года по плану первой части экзамена 2008 года. На выполнение работы отводилось 90 минут.

Работа №1

1. Найдите значение выражения $\frac{a+b}{a}$ при $a=-2{,}3$, $b=11{,}5$.

   1) 11,5 2) 12,5 3) −4 4) 4

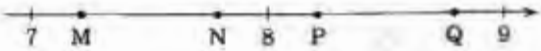
2. Представьте выражение $\frac{a^{105}}{a^{-7}\cdot a^{3}}$ в виде степени с основанием a.

   1) a^{109} 2) a^{101} 3) a^{84} 4) a^{-5}

3. Какое из следующих выражений тождественно равно произведению $a\cdot(8-a)$?

   1) $(8+a)\cdot a$
   2) $a\cdot(a-8)$
   3) $-(a-8)\cdot a$
   4) $-a\cdot(8+a)$

4. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $2\sqrt{13}$. Какая эта точка?



   1) точка M 2) точка N 3) точка P 4) точка Q

5. Туристическая фирма организует однодневные автобусные экскурсии. Стоимость экскурсии для одного человека составляет 480 р. Группам предоставляются скидки: группе от 3 до 10 человек — 5%, группе более 10 человек — 10%. Сколько заплатит за экскурсию группа из 7 человек?

1) 3360 р. 2) 3192 р. 3) 3024 р. 4) 168 р.

6. Численность населения Китая составляет $13{,}1 \cdot 10^8$ человек, а Ганы — $2{,}1 \cdot 10^7$ человек.
Во сколько раз численность населения Китая больше численности населения Ганы?

1) примерно в 62 раза
2) примерно в 6,2 раза
3) примерно в 623 раза
4) примерно в 1,6 раза

7. Прочитайте задачу: «Моторная лодка за одно и то же время может проплыть 36 км по течению реки или 20 км против течения. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки 2 км/ч».
Выберите уравнение, соответствующее условию задачи, если буквой x обозначена собственная скорость лодки (в км/ч).

1) $\frac{36}{x-2} = \frac{20}{x+2}$
2) $36(2-x) = 20(x+2)$
3) $\frac{36}{x+2} = \frac{20}{x-2}$
4) $36(x+2) = 20(x-2)$

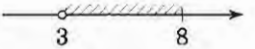
8. Какое из приведенных ниже неравенств является верным при любых значениях a и b, удовлетворяющих условию $a > b$?

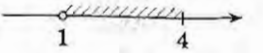
1) $2b - a > b$
2) $a - b + 1 < -2$
3) $2b - 3a < 0$
4) $3a - 3b > 0$

9. Какой из рисунков изображает множество решений системы $\begin{cases} 2x - 7 \leqslant 1, \\ 3x + 2 > 5 \end{cases}$?

1)

3)

2) 

4) 

10. Какая из данных прямых не имеет общих точек с гиперболой $y = \frac{1}{x}$?

1) $y = 5$ 2) $y = 2x + 2$ 3) $y = -x$ 4) $y = -2x - 7$

11. Зная длину своего шага, человек может подсчитать пройденное им расстояние s по формуле: $s = nl$, где n — число шагов, l — длина шага. Какое расстояние прошел человек, сделавший 4500 шагов, если длина его шага составляет примерно 60 см? Ответ выразите в километрах.

Ответ: _____

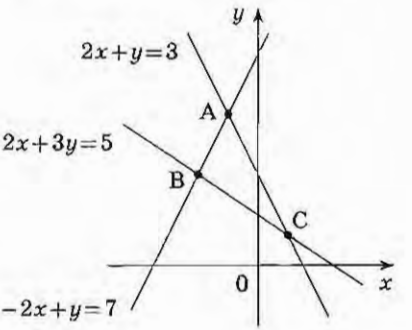
12. При допустимых значениях переменных упростите выражение $\frac{xy}{x-y} \cdot \left(\frac{y}{x} - \frac{x}{y}\right)$ и найдите значение этого выражения при $x + y = 1{,}7$.

Ответ: _____

13. Решите уравнение $5x^2 - 13x + 6 = 0$. В ответе укажите меньший корень.

Ответ: _____

14. Найдите абсциссу точки B.

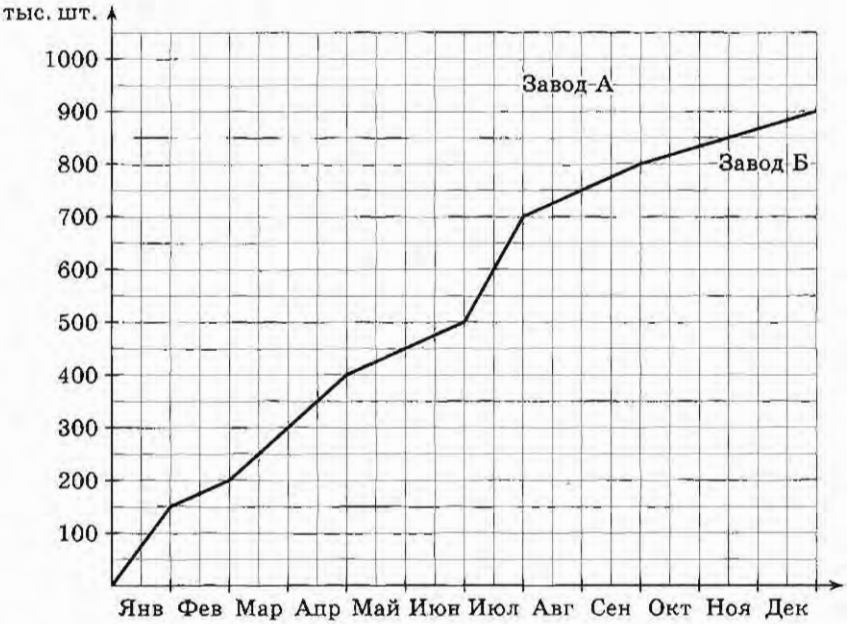


Ответ: _____

15. Найдите значение выражения $\frac{(13\sqrt{5})^2}{65}$.

Ответ: _____

16. На графике показано, какое количество автомобилей выпускали два завода в течение года. По горизонтали отложены месяцы, а по вертикали — общее количество автомобилей, выпущенное с начала года каждым из заводов, в тысячах штук.



Сколько было таких месяцев, в которые завод А выпускал машин больше, чем завод Б?

Ответ: _____

Ответы

1. 3. **2.** 1. **3.** 3. **4.** 1. **5.** 2. **6.** 1. **7.** 3. **8.** 4. **9.** 4. **10.** 3. **11.** 2,7. **12.** –1,7. **13.** 0,6. **14.** –2. **15.** 13. **16.** 6.

Спецификация и решаемость заданий

Номер задания	Элементы содержания, проверяемые заданиями работы	Решаемость заданий
1	Арифметические действия с положительными и отрицательными числами	89%
2	Свойства степени с целым показателем, преобразование выражений, содержащих степени с целым показателем	68%
3	Преобразование целых выражений	79%
4	Оценка квадратных корней рациональными числами	78%
5	Решение задач на процентные вычисления	80%
6	Запись числа в стандартном виде	75%
7	Переход от словесной формулировки соотношений между величинами к алгебраической. Решение текстовых задач алгебраическим способом	80%
8	Числовые неравенства и их свойства	63%
9	Системы линейных неравенств с одной переменной	78%
10	Функции: $y = kx$, $y = \frac{k}{x}$, их свойства и графики; гипербола	62%
11	Нахождение значений величин по формулам	69%
12	Рациональные выражения и их преобразования	45%
13	Формула корней квадратного уравнения	62%
14	Линейная функция, ее свойства и график. Решение системы двух линейных уравнений с двумя переменными	38%
15	Свойства квадратных корней и их применение в вычислениях	68%
16	Представление данных в виде графиков	20%

Практически каждый пятый учащийся не перешел рубеж восьми заданий.

Диагностическую работу №2 выполняли почти 40000 девятиклассников. Работа была проведена в феврале 2009 года по плану экзамена 2009 года. На выполнение всей работы отводилось 240 минут, причем через 90 минут решения заданий первой части у учащихся забирались (как на экзамене).

Работа №2

Часть 1

1. Расположите в порядке возрастания числа: 3,02; −3,02; 2,03; −20,3.

   1) −20,3; −3,02; 3,02; 2,03
   2) −20,3; −3,02; 2,03; 3,02
   3) 3,02; 2,03; −3,02; −20,3
   4) −3,02; −20,3; 3,02; 2,03

2. Какое из чисел $\sqrt{64000}$, $\sqrt{6,4}$, $\sqrt{0,064}$ является рациональным?

   1) $\sqrt{64000}$
   2) $\sqrt{6,4}$
   3) $\sqrt{0,064}$
   4) ни одно из этих чисел

3. Суточная норма потребления белков составляет 73 грамма. Один стакан молочного коктейля в среднем содержит 11 грамм белков. Сколько примерно процентов от суточной нормы потребления белков получит человек, выпив стакан молочного коктейля?

   1) 15% 2) 0,15% 3) 7% 4) 0,7%

4. Найдите значение выражения $\frac{a-c}{b}$ при $a = 2,3$; $b = 5,5$; $c = -4,3$.

   Ответ: _____

5. Плотность тела равна a кг/дм^3. Чему равна масса этого тела, если его объем равен 300 см^3?

1) $\frac{a}{300}$ кг 2) $\frac{a}{3}$ кг 3) $0{,}3a$ кг 4) $0{,}03a$ кг

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $(y-x)^2=-y^2-2xy-x^2$

2) $-9(x-y)=9y-9x$

3) $(x-2)(2-x)=x^2-4x+4$

4) $(x-3)(3+x)=9-x^2$

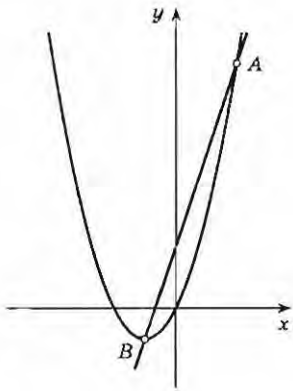
7. Упростите выражение $\frac{2}{3x}-\frac{3}{11x}$.

1) $\frac{13}{33x}$ 2) $\frac{1}{8x}$ 3) $8x$ 4) $\frac{19}{33x}$

8. Найдите частное $\frac{6{,}3\cdot 10^6}{9\cdot 10^3}$.

9. Решите уравнение $7(4-3x)=13-(x+9)$.

10. Прямая $y=3x+2$ пересекает параболу $y=x^2+2x$ в двух точках (см. рис.). Вычислите ординату точки A.



11. Прочитайте задачу: «От турбазы до станции турист доехал на велосипеде за 5 ч. На мопеде он смог бы проехать это расстояние за 3 ч. Известно, что на мопеде он едет со скоростью на 8 км/ч большей, чем на велосипеде. Какое расстояние (в км) от турбазы до станции?»
Выберите уравнение, соответствующее условию задачи, если буквой x обозначено расстояние (в км) от турбазы до станции.

1) $\frac{x}{5} - \frac{x}{3} = 8$

2) $5(x-8) = 3x$

3) $5x = 3(x+8)$

4) $\frac{x}{3} - \frac{x}{5} = 8$

12. Решите неравенство $8x + 4(2-3x) < 11$.

1) $x > \frac{3}{4}$

2) $x > -\frac{3}{4}$

3) $x < \frac{3}{4}$

4) $x < -\frac{3}{4}$

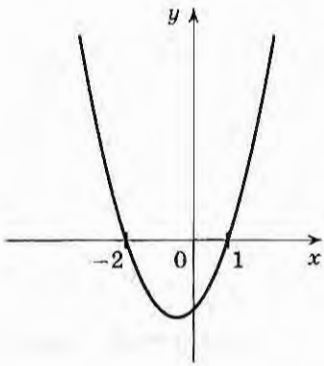
13. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Решите неравенство $f(x) > 0$.

1) $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$

2) $(-2; 1)$

3) $(1; +\infty)$

4) $(-\infty; -2)$



14. Каждой последовательности, заданной условиями (левый столбец), поставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

А) $x_n = 4^n$

Б) $y_1 = 1$, $y_{n+1} = 4 - y_n$

В) $z_n = 4n$

1) Последовательность — арифметическая прогрессия

2) Последовательность — геометрическая прогрессия

3) Последовательность не является ни арифметической, ни геометрической прогрессией

Ответ:

А	Б	В

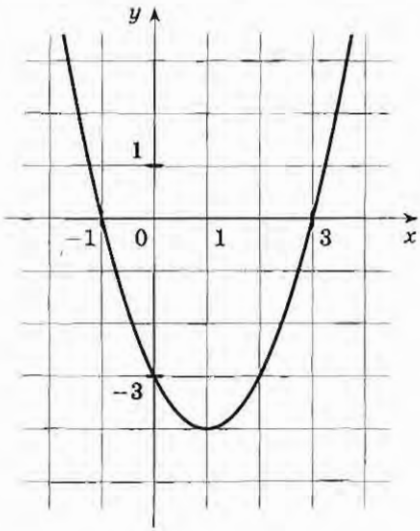
15. График какой квадратичной функции изображен на рисунке?

1) $y = x^2 - 2x - 3$

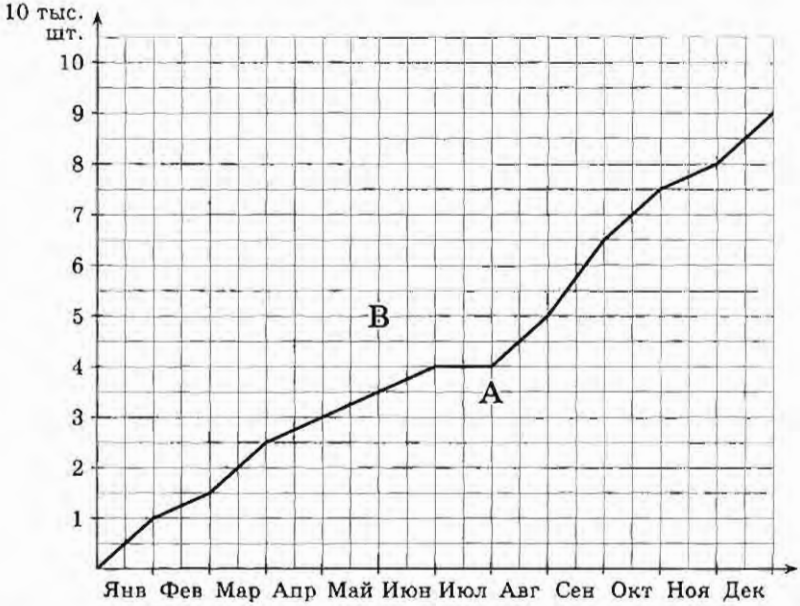
2) $y = -x^2 + 2x - 3$

3) $y = x^2 + 2x - 3$

4) $y = -x^2 + 2x + 3$



16. На графике показано количество автомобилей марки А и марки В, проданных за год. По горизонтали отложены месяцы, по вертикали количество автомобилей, проданных с начала года, в десятках тысяч штук.



Сколько автомобилей обеих марок было продано за три весенних месяца (март, апрель, май)?

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части (17–21) выполняйте с записью решения.

17. Постройте график функции $y = 2x^2 - 4x + 1$. Укажите наименьшее значение функции.

18. Выясните, имеет ли корни уравнение $27x^2 - 6\sqrt{3}x - 8 = -9$.

19. Первый член арифметической прогрессии равен 1, а разность прогрессии равна 6. Найдите сумму всех трехзначных членов прогрессии.

20. Найдите наименьшее значение выражения

$$2\sqrt{x - y + 1} + 3\sqrt{x - 4y + 3}.$$

При каких значениях x и y оно достигается?

21. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в одной точке ломаную, заданную условием:

$$y = \begin{cases} 3x, & x < -1, \\ -3, & -1 \leqslant x \leqslant 2, \\ 3x - 9, & x > 2. \end{cases}$$

Ответы

Часть 1. **1.** 2. **2.** 4. **3.** 1. **4.** 1,2. **5.** 3. **6.** 2. **7.** 1. **8.** 700. **9.** 1,2. **10.** 8. **11.** 4. **12.** 2. **13.** 1. **14.** А-2, Б-3, В-1. **15.** 1. **16.** 50000.

Часть 2. **17.** (2 балла) -1. **18.** (4 балла) Имеет. **19.** (4 балла) 82500. **20.** (6 баллов) 0, при $x = -\frac{1}{3}$; $y = \frac{2}{3}$. **21.** (6 баллов) $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$.

Спецификация и решаемость заданий

Номер задания	Проверяемые элементы математической подготовки	Процент решаемости
1	Умение сравнивать рациональные числа	83%
2	Владение понятием квадратного корня	70%
3	Решение задачи на проценты	80%
4	Вычисление значения выражения с переменными при заданных значениях переменных	79%
5	Составление буквенного выражения по условию задачи	71%
6	Преобразование целых выражений	52%
7	Выполнение действий с алгебраическими дробями	80%
8	Преобразование числовых выражений, содержащих степени с целым показателем	70%
9	Решение линейных уравнений	72%
10	Нахождение координат точки пересечения параболы и прямой с помощью решения системы двух уравнений с двумя переменными	49%
11	Составление уравнения по условию текстовой задачи	77%
12	Решение линейных неравенств с одной переменной	76%
13	Решение квадратных неравенств	93%
14	Владение понятиями арифметической и геометрической прогрессий	28%
15	Представление о графике квадратичной функции	69%
16	Интерпретация графика реальной зависимости	40%

Номер задания	Проверяемые элементы математической подготовки	Процент решаемости
17	Построение графика квадратичной функции	29% /14%[1]
18	Исследование квадратного уравнения с иррациональными коэффициентами	23% /10%
19	Решение задачи с использованием формулы суммы первых *n* членов арифметической прогрессии	5% /3%
20	Нахождение наименьшего значения выражения с двумя переменными	8% /7%
21	Решение задачи геометрического содержания на координатной плоскости с опорой на графические представления	3% /3%

Практически каждый девятый учащийся не перешел рубеж восьми заданий.

По некоторым позициям явно обозначилась положительная динамика. Вместе с тем отмечается низкая решаемость заданий базового уровня.

Стратегия подготовки учащихся к экзамену вырабатывается учителем с учетом уровня подготовки учащихся и анализа выполнения заданий двух диагностических работ.

На основании итогов выполнения заданий двух диагностических работ можно рекомендовать две типовые стратегии подготовки учащихся.

Постоянное включение в подготовительные работы по повторению материала основной школы заданий на темы:

1) формирование вычислительных навыков учащихся (увеличить количество вычислительных тренажеров, в частности на арифметические действия с положительными и отрицательными числами);
2) преобразование выражений, содержащих квадратный корень;

[1] Проверка выполнения заданий проводилась по модели 1, поэтому первое число — процент учащихся, получивших максимальный балл, второе число — балл, меньший максимального на единицу.

3) преобразование целых и рациональных алгебраических выражений;
4) алгоритмы решений линейных, квадратных, дробно-рациональных уравнений;
5) алгоритмы решений линейных, квадратичных неравенств;
6) функции, их свойства и графики ($y = kx$, $y = \frac{k}{x}$, $y = ax^2 + bx + c$);
7) «чтение графиков»;
8) решение текстовых задач, особенно заданий, в которых присутствует «проценты».

Для предотвращения неудач на экзамене требуется руководство оперативной подготовкой учащихся, например по такому плану.

Март

Диагностическая работа 1.

Задания на действия с числовыми выражениями — задачи 1, 2, 4 и 8 этой книги.

Задания на преобразование целых и рациональных алгебраических выражений — задачи 6, 7.

Тренинги по проблемным задачам.

Апрель

Две диагностические работы 2, 3.

Задания на решение линейных, квадратных уравнений и неравенств — задачи 9, 12, 13.

Задания на функции, их свойства и графики ($y = kx$, $y = \frac{k}{x}$, $y = ax^2 + bx + c$) — задачи 10, 15.

Тренинги по проблемным задачам.

Май

Две диагностические работы 4, 5.

Текстовые задачи, включая задания на прогрессии, — задачи 3, 5, 11, 14, 16.

Тренинги по проблемным задачам.

Диагностические работы 6–8.

Для оперативной подготовки девятиклассников к первой части экзамена рекомендуются:

тематическая рабочая тетрадь (2009 года) для подготовки к экзамену (в новой форме);

дистанционные уроки для школьников системы подготовки, разработанной Московским институтом открытого образования.

Для подготовки девятиклассников ко второй части экзамена рекомендуется использование традиционных сборников для подготовки к экзамену, например:

- «Сборник задач для подготовки и проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы. 9 класс» под редакцией С. А. Шестакова;
- «Сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы. 9 класс» авторов Л. В. Кузнецовой, Е. А. Бунимовича, Б. П. Пигарева, С. Б. Суворовой.

Демонстрационный вариант 2009 года

Часть 1

1. Расположите в порядке возрастания числа: 0,0902; 0,09; 0,209.

   1) 0,209; 0,0902; 0,09
   2) 0,09; 0,0902; 0,209
   3) 0,09; 0,209; 0,0902
   4) 0,0902; 0,09; 0,209

2. Какое из чисел $\sqrt{0{,}004}$, $\sqrt{4000}$, $\sqrt{400}$ является рациональным?

   1) $\sqrt{0{,}004}$
   2) $\sqrt{4000}$
   3) $\sqrt{400}$
   4) ни одно из этих чисел

3. Дневная норма потребления витамина С составляет 60 мг. Один мандарин в среднем содержит 35 мг витамина С. Сколько примерно процентов дневной нормы витамина С получил человек, съевший один мандарин?

   1) 170% 2) 58% 3) 17% 4) 0,58%

4. Найдите значение выражения $\frac{a+b}{c}$ при $a=8{,}4$; $b=-1{,}2$; $c=-4{,}5$.

   Ответ: _____

5. Цена килограмма орехов a рублей. Сколько рублей надо заплатить за 300 граммов этих орехов?

   1) $\frac{a}{300}$ (р.) 2) $300a$ (р.) 3) $0{,}3a$ (р.) 4) $\frac{10a}{3}$ (р.)

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

   1) $3(x-y)=3x-y$
   2) $(3+x)(x-3)=9-x^2$
   3) $(x-y)^2=x^2-y^2$
   4) $(x+3)^2=x^2+6x+9$

7. Упростите выражение $\frac{3}{2x}+\frac{1}{x}$.

1) $\frac{4}{3x}$ 2) $\frac{5}{2}$ 3) $\frac{5}{2x^2}$ 4) $\frac{5}{2x}$

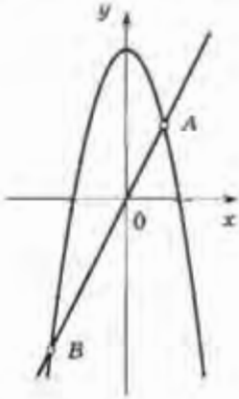
8. Найдите частное $\frac{2{,}4\cdot 10^{-5}}{2\cdot 10^{-3}}$. Ответ запишите в виде десятичной дроби.

Ответ: _____

9. Решите уравнение $3-2x=6-4(x+2)$.

Ответ: _____

10. Прямая $y=2x$ пересекает параболу $y=-x^2+8$ в двух точках. Вычислите координаты точки A.



Ответ: _____

11. Путь от поселка до железнодорожной станции пешеход прошел за 4 ч, а велосипедист проехал за 1,5 ч. Скорость велосипедиста на 8 км/ч больше скорости пешехода. С какой скоростью ехал велосипедист?
Какое уравнение соответствует условию задачи, если буквой x обозначена скорость велосипедиста (в км/ч)?

1) $\frac{4}{x}-\frac{1{,}5}{x}=8$ 3) $1{,}5(x+8)=4x$

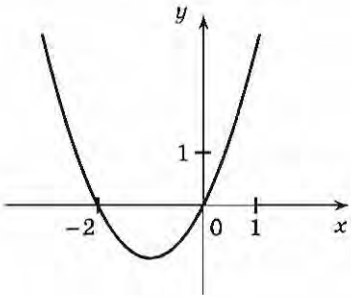
2) $\frac{x}{4}+8=\frac{x}{1{,}5}$ 4) $4(x-8)=1{,}5x$

12. Решите неравенство $10x - 4(2x - 3) > 4$.

1) $x > -\frac{1}{4}$
2) $x > 8$
3) $x > -4$
4) $x < -4$

13. На рисунке изображен график функции $y = x^2 + 2x$. Используя график, решите неравенство $x^2 + 2x > 0$.

1) $(-\infty; 0)$
2) $(-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$
3) $(-2; 0)$
4) $(-2; +\infty)$



14. Каждой последовательности, заданной формулой n-го члена (левый столбец), поставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

А) $x_n = n^2$	1) Последовательность — арифметическая прогрессия
Б) $y_n = 2n$	2) Последовательность — геометрическая прогрессия
В) $z_n = 2^n$	3) Последовательность не является прогрессией

Ответ:

А	Б	В

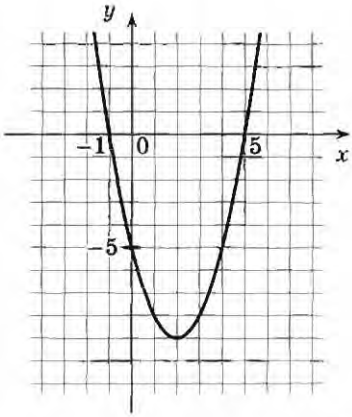
15. График какой квадратичной функции изображен на рисунке?

1) $y = x^2 + 4x - 5$

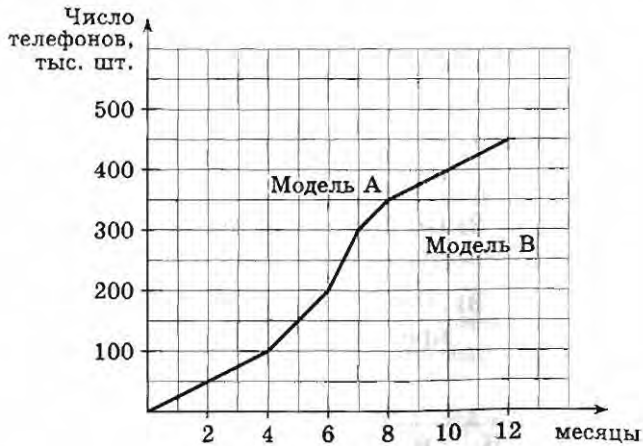
2) $y = -x^2 - 6x - 5$

3) $y = x^2 - 4x - 5$

4) $y = -x^2 + 6x - 5$



16. Фирма начала продавать две новые модели телефонов — А и В. На графиках показано, как росло в течение года количество проданных телефонов. (По горизонтальной оси откладывается время, прошедшее с начала продаж, в месяцах; по вертикальной — число телефонов, проданных с начала продаж, в тыс. шт.) Сколько всего телефонов этих двух моделей было продано за первые десять месяцев?



Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части (17–21) выполняйте с записью решения.

17. Постройте график функции $y=\frac{1}{2}x^2+4x+5$. Укажите наименьшее значение этой функции.

18. Выясните, имеет ли корни уравнение

$$x^2+2x\sqrt{5}+2x=-11.$$

19. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, которые не делятся на 4.

20. Найдите наименьшее значение выражения

$$(2x+y+3)^2+(3x-2y+8)^2$$

и значения x и y, при которых оно достигается.

21. Найдите все значения k, при которых прямая $y=kx$ пересекает в трех различных точках ломаную, заданную условием:

$$y=\begin{cases} 2x+4, & \text{если } x<-3, \\ -2, & \text{если } -3\leqslant x\leqslant 3, \\ 2x-8, & \text{если } x>3. \end{cases}$$

Решение заданий первой части. Предостережения. Советы

1. Расположите в порядке возрастания числа: 0,0902; 0,09; 0,209.

1) 0,209; 0,0902; 0,09

2) 0,09; 0,0902; 0,209

3) 0,09; 0,209; 0,0902

4) 0,0902; 0,09; 0,209

Решение. В порядке возрастания, следовательно, числа нужно расположить от меньшего к большему. Самое маленькое число в этом списке: 0,09 (нуль целых и девять сотых). Самое большое — 0,209 (нуль целых и две десятых...). В порядке возрастания эти числа должны быть записаны так: 0,09; 0,0902; 0,209.

Ответ: 2.

Другое решение. Следуя правилу сравнения чисел, записанных в виде десятичной дроби, запишем все числа друг под другом:

0,0902;
0,09;
0,209.

Целая часть у всех чисел одинаковая, переходим к разряду десятых: у двух чисел 0, а у одного числа 2, следовательно, число, у которого 2 десятых, — большее. Сравниваем оставшиеся числа (если нет цифры в записи разряда, то дописываем 0):

0,0902;
0,0900.

Цифры в разряде сотых, тысячных одинаковые, сравниваем десятитысячные: больше число, у которого в разряде 2. Тогда самое маленькое число 0,0900, самое большое 0,209.

В порядке возрастания эти числа запишутся так: 0,09; 0,0902; 0,209.

Предостережение. Перечитайте условие — в порядке возрастания или в порядке убывания нужно расположить числа.

Не старайтесь «в уме» выстраивать числа по возрастанию (убыванию).

Сравнение чисел производится не по количеству цифр.

Совет. Постарайтесь перефразировать условие: «в порядке возрастания», следовательно, «от меньшего к большему».

Обязательно запишите на черновике полученный ряд чисел: «от меньшего к большему».

2. Какое из чисел $\sqrt{0{,}004}$, $\sqrt{4000}$, $\sqrt{400}$ является рациональным?

1) $\sqrt{0{,}004}$
2) $\sqrt{4000}$
3) $\sqrt{400}$
4) ни одно из этих чисел

Решение.

$\sqrt{0{,}004}=\sqrt{\frac{4}{1000}}=\sqrt{\frac{4}{100\cdot 10}}=\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{100}\cdot\sqrt{10}}=\frac{2}{10\sqrt{10}}$ — число иррациональное;

$\sqrt{4000}=\sqrt{4\cdot 1000}=\sqrt{4\cdot 100\cdot 10}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{100}\cdot\sqrt{10}=20\sqrt{10}$ — число иррациональное;

$\sqrt{400}=\sqrt{4\cdot 100}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{100}=20$ — рациональное число.

Ответ: 3.

Предостережение. Типичны ошибки типа $\sqrt{0{,}004}=0{,}02$.

Нужно проверить, верное ли равенство получилось: $0{,}02^2=$ $=0{,}0004\neq 0{,}004$.

Умножать нужно письменно, на черновике.

Обратите внимание на вопрос: нужно указать в ответе рациональное число или иррациональное.

Совет. Все действия записывайте подробно, аналогично приведенным в решении.

Если вы извлекли корень, то обязательно сделайте проверку возведением в квадрат.

Возможно, на черновике нужно сделать записи: число является рациональным, если оно представимо в виде $\frac{m}{n}$, где m — целое, n — натуральное. Можно записать ряд: $\sqrt{2}$ — иррациональное; $\sqrt{3}$ — иррациональное; $\sqrt{4}=2$ — рациональное; $\sqrt{5}$ — иррациональное; $\sqrt{6}$ — иррациональное; $\sqrt{7}$ — иррациональное; $\sqrt{8}$ — иррациональное; $\sqrt{9}=3$ — рациональное; $\sqrt{10}$ — иррациональное; и т. д. В пределах сотни не так уж и много рациональных чисел такого вида; $\sqrt{1}=1$ (так как $1^2=1$); $\sqrt{4}=2$ (так как $2^2=4$); $\sqrt{9}=3$ (так как $3^2=9$); $\sqrt{16}=4$ (так как $4^2=16$); $\sqrt{25}=5$ (так как $5^2=25$); $\sqrt{36}=6$ (так как $6^2=36$); $\sqrt{49}=7$ (так как $7^2=49$); $\sqrt{64}=8$ (так как $8^2=64$); $\sqrt{81}=9$ (так как $9^2=81$); $\sqrt{100}=10$ (так как $10^2=100$).

3. Дневная норма потребления витамина С составляет 60 мг. Один мандарин в среднем содержит 35 мг витамина С. Сколько примерно процентов дневной нормы витамина С получил человек, съевший один мандарин?

1) 170% 2) 58% 3) 17% 4) 0,58%

Решение. Нужно узнать проценты от дневной нормы, следовательно, проценты нужно считать от 60 мг. Тогда $\frac{35}{60}\cdot 100\% \approx 58\%$.

Ответ: 2.

Другое решение. Нужно узнать проценты от дневной нормы, следовательно, 60 мг — 100%, тогда 35 мг — это чуть больше половины (50%) от 60 мг. Ответ, чуть больший 50%, — только 58%.

Предостережение. Внимательно читайте условие — от чего нужно находить проценты: от дневной нормы или от содержания витамина С в мандарине.

Совет. Сначала найдите, по отношению к какому числу нужно находить проценты.

4. Найдите значение выражения $\frac{a+b}{c}$ при $a=8{,}4$; $b=-1{,}2$; $c=-4{,}5$.

Решение. Подставим значения переменных в выражение:

$$\frac{8{,}4+(-1{,}2)}{-4{,}5}=\frac{8{,}4-1{,}2}{-4{,}5}=\frac{7{,}2}{-4{,}5}=-\frac{7{,}2\cdot 10}{4{,}5\cdot 10}=-\frac{72}{45}=-\frac{8}{5}=-1{,}6.$$

Ответ: $-1{,}6$.

Другие решения. $a=8{,}4$; $b=-1{,}2$; $c=-4{,}5$, тогда $10a=84$; $10b=-12$; $10c=-45$.

$$\frac{a+b}{c}=\frac{10(a+b)}{10c}=\frac{10a+10b}{10c}, \qquad \frac{84-12}{-45}=-\frac{72}{45}=-1{,}6.$$

$\frac{a+b}{c}=(a+b):c$, подставим значения переменных:

$$(8{,}4-1{,}2):(-4{,}5)=7{,}2:(-4{,}5)=-7{,}2:4{,}5=-1{,}6.$$

Предостережение. Нужно верно подставить значения переменных в выражение — не перепутать.

Нужно следить за знаком «минус».

Совет. Постарайтесь разобраться: каким переменным соответствуют значения, обращая внимание на знак «минус».

По возможности записывайте все выполняемые действия.

5. Цена килограмма орехов a рублей. Сколько рублей надо заплатить за 300 граммов этих орехов?

1) $\frac{a}{300}$ (р.) 2) $300a$ (р.) 3) $0{,}3a$ (р.) 4) $\frac{10a}{3}$ (р.)

Решение. 1 кг орехов стоит a рублей, 300 г = 0,3 кг. Тогда $0{,}3a$ рублей стоят 300 граммов орехов.

Ответ: 3.

Другое решение. 1 кг орехов стоит a рублей, т. е. 1000 г стоят a рублей, тогда 1 г стоит $\frac{a}{1000}$ рублей.

300 граммов стоят $\frac{a}{1000} \cdot 300 = \frac{3a}{10} = 0{,}3a$ рублей.

Проанализируем предложенные ответы исходя из того, что $a = 1000$ рублей. Если 1 кг стоит 1000 рублей, то 1 г стоит 1 рубль. Тогда 300 граммов стоят 300 рублей.

Первый ответ $\frac{a}{300} = \frac{1000}{300} = \frac{10}{3}$ — не равно 300 (р.) — не подходит.

Второй ответ $300a = 300 \cdot 1000 = 300000$ — не равно 300 (р.) — не подходит.

Третий ответ $0{,}3a = 0{,}3 \cdot 1000 = 300$ (р.) — подходит.

Четвертый ответ $\frac{10a}{3} = \frac{10 \cdot 1000}{3} = \frac{10000}{3}$ — не равно 300 (р.) — не подходит.

Удалось «угадать» третий ответ.

Предостережение. Нужно следить за единицами: килограмм — грамм, рубль — копейка.

Совет. Постарайтесь массу перевести в одни единицы измерения, стоимость — в одни единицы измерения.

Прочитайте еще раз условие и поймите, на тот ли вопрос был дан ответ.

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $3(x - y) = 3x - y$

2) $(3 + x)(x - 3) = 9 - x^2$

3) $(x - y)^2 = x^2 - y^2$

4) $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

Решение. 1) Применим распределительное свойство умножения относительно вычитания: $3(x - y) = 3x - 3y$. Выражение $3x - 3y$ не является тождественно равным $3x - y$.

2) Применим формулу сокращенного умножения: $(3 + x) \times (x - 3) = (x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$. Выражение $x^2 - 9$ не является тождественно равным $9 - x^2$.

3) Применим формулу сокращенного умножения: $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$. Выражение $x^2 - 2xy + y^2$ не является тождественно равным $x^2 - y^2$.

4) Применим формулу сокращенного умножения: $(x+3)^2 = x^2+6x+9$ — тождество.

Ответ: 4.

Другое решение. Возьмем какие-нибудь значения переменных, например, $x=4$, $y=1$.

1) При $x=4$, $y=1$ значение выражения $3(x-y)=3(4-1)=9$, а $3x-y=12-1=11$. Равенство не является тождеством.

2) При $x=4$ значение выражения $(3+x)(x-3)=7$, а $9-x^2=-7$. Равенство не является тождеством.

3) При $x=4$, $y=1$ значение выражения $(x-y)^2=9$, а $x^2-y^2=15$. Равенство не является тождеством.

4) При $x=4$ значение выражения $(x+3)^2=49$ и $x^2+6x+9=49$. Следовательно, из четырех предложенных равенств только это равенство похоже на тождество. Так как ответ один, то выбираем это равенство.

Если при выбранных значениях переменных получилось два верных равенства, то нужно выбрать другие значения переменных и проверить только эти равенства.

Если бы были первоначально выбраны значения переменных $x=3$, $y=1$, получились бы верные равенства второе и четвертое, тогда пришлось бы выбирать другое значение переменной x, например, $x=4$. Проверив второе и четвертое равенства, получим, что верным является только четвертое равенство.

Иногда одно значение переменной дает возможность выявить правильный ответ: возьмем $x=0$.

1) При $x=0$ равенство запишется в виде: $-3y=-y$ — не является тождеством;

2) При $x=0$ равенство запишется в виде: $-9=9$ — неверное числовое равенство;

3) При $x=0$ равенство запишется в виде: $y^2=-y^2$ — не является тождеством;

4) При $x=0$ равенство запишется в виде: $9=9$ — верное числовое равенство.

Предостережение. Не пытайтесь выполнять действия в уме.

Совет. Попытайтесь выполнить задание разными способами: раскрытием скобок и подстановкой конкретных значений переменных.

При подстановке конкретных значений переменных обязательно проверьте все равенства.

Обязательно запишите на черновике все действия.

Если забыли формулу квадрата суммы или квадрата разности, то запишите квадрат в виде произведения: $(x-y)^2 = (x-y)(x-y)$ и перемножьте.

7. Упростите выражение $\frac{3}{2x}+\frac{1}{x}$.

1) $\frac{4}{3x}$ 2) $\frac{5}{2}$ 3) $\frac{5}{2x^2}$ 4) $\frac{5}{2x}$

Решение. $\frac{3}{2x}+\frac{1}{x}=\frac{3}{2x}+\frac{2}{2x}=\frac{3+2}{2x}=\frac{5}{2x}$.

Ответ: 4.

Другое решение. Возьмем какое-нибудь значение переменной, например, $x=2$.

При $x=2$ выражение $\frac{3}{2x}+\frac{1}{x}$ принимает значение $\frac{3}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}+\frac{2}{4}=\frac{5}{4}$.

1) При $x=2$ значение выражения $\frac{4}{3x}=\frac{4}{3\cdot 2}=\frac{2}{3}$ не равно значению исходного выражения.

2) $\frac{5}{2}$ не равно значению исходного выражения $\frac{5}{4}$.

3) При $x=2$ значение выражения $\frac{5}{2x^2}=\frac{5}{8}$ не равно значению исходного выражения.

4) При $x=2$ значение выражения $\frac{5}{2x}=\frac{5}{4}$ равно значению исходного выражения. Поскольку ответ один, то выбираем этот ответ.

Если бы первоначально выбрали значение $x=1$, то получили бы значения выражений, равных исходному: второе, третье и четвертое, тогда нужно было взять другое значение переменной и проверять только эти выражения.

Предостережение. Не придумывайте своих правил сложения дробей.

Совет. Попытайтесь выполнить задание разными способами: сложить две дроби и подставить конкретные значения переменных.

При подстановке конкретного значения переменной обязательно проверьте все предложенные варианты ответов.

Обязательно запишите на черновике все действия.

Возможно и такое решение:

$$\frac{3}{2x}+\frac{1}{x}=\frac{3\cdot x}{2x\cdot x}+\frac{1\cdot 2x}{x\cdot 2x}=\frac{3x+2x}{2x^2}=\frac{5x}{2x^2}=\frac{5}{2x}.$$

Запишите подробно все действия и не забудьте сократить дробь, иначе не «узнаете» правильный ответ.

8. Найдите частное $\frac{2{,}4\cdot 10^{-5}}{2\cdot 10^{-3}}$. Ответ запишите в виде десятичной дроби.

Решение. $\frac{2{,}4\cdot 10^{-5}}{2\cdot 10^{-3}}=1{,}2\cdot 10^{-5-(-3)}=1{,}2\cdot 10^{-2}=0{,}012.$

Ответ: 0,012.

Другие решения. Разложим числитель на множители:

$$\frac{2{,}4\cdot 10^{-5}}{2\cdot 10^{-3}}=\frac{2\cdot 1{,}2\cdot 10^{-3}\cdot 10^{-2}}{2\cdot 10^{-3}}=1{,}2\cdot 10^{-2}=0{,}012.$$

Умножим числитель и знаменатель дроби на одно и то же число 10^3:

$$\frac{2{,}4\cdot 10^{-5}}{2\cdot 10^{-3}}=\frac{2{,}4\cdot 10^{-5}\cdot 10^{3}}{2\cdot 10^{-3}\cdot 10^{3}}=1{,}2\cdot 10^{-5+3}=1{,}2\cdot 10^{-2}=0{,}012.$$

Предостережение. Не ошибитесь при делении (сокращение дроби).

Не ошибитесь при выполнении действия с отрицательными числами.

Не ошибитесь при записи числа в виде десятичной дроби.

Совет. Аккуратно выполняйте деление (сокращение дроби).

Аккуратно выполняйте действия с отрицательными числами.

Решение запишите подробно на черновике.

Вспомните, куда и на сколько разрядных единиц перемещается запятая при умножении числа на 10^{-2}.

9. Решите уравнение $3 - 2x = 6 - 4(x + 2)$.

Решение.

$$\begin{aligned} 3 - 2x &= 6 - 4(x + 2), \\ 3 - 2x &= 6 - 4x - 8, \\ 3 - 2x &= -4x - 2, \\ 4x - 2x &= -2 - 3, \\ 2x &= -5, \\ x &= -5 : 2, \\ x &= -2{,}5. \end{aligned}$$

Ответ: $-2{,}5$.

Предостережение. Обращайте внимание на знак «минус» перед скобками.

Не ошибайтесь при переносе выражения из одной части уравнения в другую.

Не старайтесь сразу выполнять несколько действий (раскрывать скобки, переносить выражение из одной части уравнения в другую).

Совет. Постарайтесь полностью выполнить правило решения линейного уравнения:

1) раскрыть скобки;

2) перенести все выражения с переменной в левую часть уравнения, следя за знаками, числа — в правую;

3) привести подобные слагаемые в обеих частях;

4) получить значение переменной, разделив обе части уравнения на коэффициент при переменной.

Обязательно проверьте полученный корень подстановкой в уравнение.

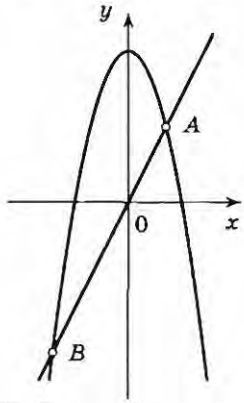
Аккуратно запишите все действия подробно на черновике.

Если перед скобкой стоит знак «минус», при раскрытии скобок все слагаемые меняют знаки на противоположные.

При переносе выражения из одной части в другую нужно изменить знак перед выражением на противоположный.

Ответ можно записывать в любом виде: как записано в ответе или «$x = -2{,}5$».

10. Прямая $y = 2x$ пересекает параболу $y = -x^2 + 8$ в двух точках. Вычислите координаты точки A.



Решение. Точка A является пересечением прямой $y = 2x$ и параболы $y = -x^2 + 8$.

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} y = -x^2 + 8, \\ y = 2x; \end{cases} \qquad \begin{cases} y = 2x, \\ 2x = -x^2 + 8. \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 + 2x - 8 = 0$, $D = 2^2 - 4 \cdot (-8) = 4 + 32 = 36$.

$$x_1 = \frac{-2-6}{2} = -4, \qquad x_2 = \frac{-2+6}{2} = 2.$$

$$\begin{cases} x = -4, \\ y = 2x; \end{cases} \quad \begin{cases} x = -4, \\ y = -8. \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 2, \\ y = 2x; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2, \\ y = 4. \end{cases}$$

Решения системы уравнений: $(-4; -8)$; $(2; 4)$.

Учитывая, что точка A находится в первой четверти, ее координаты $x=2$, $y=4$.

Ответ: $x=2$, $y=4$.

Другое решение. Точка A является пересечением прямой $y=2x$ и параболы $y=-x^2+8$.

Тогда составим уравнение $2x=-x^2+8$. Корнями этого уравнения являются: $x=-4$ и $x=2$. Так как точка A находится в первой четверти, то ее абсцисса — положительное число. Получаем, что $x=2$, $y=4$.

Предостережение. Не ошибитесь при выборе решения системы.

Не ошибитесь при решении квадратного уравнения.

Совет. Составьте систему уравнений.

Решите систему уравнений способом «подстановки».

Обязательно проверьте корни квадратного уравнения подстановкой или с помощью теоремы Виета.

Обязательно проверить найденные решения системы уравнений.

Определите, какая пара чисел является координатами названной точки.

Постарайтесь не угадывать координаты — они могут быть нецелыми.

11. Путь от поселка до железнодорожной станции пешеход прошел за 4 ч, а велосипедист проехал за 1,5 ч. Скорость велосипедиста на 8 км/ч больше скорости пешехода. С какой скоростью ехал велосипедист?

Какое уравнение соответствует условию задачи, если буквой x обозначена скорость велосипедиста (в км/ч)?

1) $\frac{4}{x}-\frac{1,5}{x}=8$

2) $\frac{x}{4}+8=\frac{x}{1,5}$

3) $1,5(x+8)=4x$

4) $4(x-8)=1,5x$

Решение. x (км/ч) — скорость велосипедиста. Если скорость велосипедиста на 8 км/ч больше скорости пешехода, то скорость пешехода на 8 км/ч меньше скорости велосипедиста, т. е. $x-8$ (км/ч) — скорость пешехода.

Пешеход прошел расстояние от поселка до станции за 4 часа: $4(x-8)$ (км). Велосипедист проехал это расстояние за 1,5 часа: $1{,}5x$ (км).

Составим уравнение: $4(x-8)=1{,}5x$.

Ответ: 4.

Другие решения. Проанализируем записанные уравнения. Известно, что путь равен произведению скорости и времени. Уравнение мы можем составить, если запишем соотношения только для названных величин.

1) $\frac{4}{x}$ и $\frac{1{,}5}{x}$ — время разделили на скорость — скорость не получим (ч : км/ч $=\frac{\text{ч}^2}{\text{км}}$), следовательно, уравнение не соответствует условию задачи.

2) $\frac{x}{4}$ и $\frac{x}{1{,}5}$ — скорость разделили на время — скорость не получим (км/ч : ч $=\frac{\text{км}}{\text{ч}^2}$), следовательно, уравнение не соответствует условию задачи.

3) $1{,}5(x+8)$ — время 1,5 ч велосипедиста, скорость же велосипедиста x км/ч, следовательно, это не расстояние, которое проехал велосипедист — не соответствует условию задачи.

4) $4(x-8)=1{,}5x$ — в левой части путь, пройденный пешеходом, в правой — путь, который проехал велосипедист, — соответствует условию задачи.

Можно просто решить задачу.

x (км/ч) — скорость велосипедиста. Если скорость велосипедиста на 8 км/ч больше скорости пешехода, то скорость пешехода на 8 км/ч меньше скорости велосипедиста, т. е. $x-8$ (км/ч) — скорость пешехода.

Пешеход прошел расстояние от поселка до станции за 4 часа: $4(x-8)$ (км). Велосипедист проехал это расстояние за 1,5 часа: $1{,}5x$ (км).

Составим уравнение: $4(x-8)=1{,}5x$.

$$4x-32=1{,}5x,$$
$$2{,}5x=32,$$
$$x=12{,}8.$$

Получили, что скорость велосипедиста 12,8 км/ч, а скорость пешехода 4,8 км/ч — реальные скорости.

$12{,}8\cdot 1{,}5=19{,}2$ (км) — расстояние, которое проехал велосипедист;

$4{,}8\cdot 4=19{,}2$ (км) — расстояние, которое прошел пешеход — это и есть расстояние от поселка до железнодорожной станции.

Теперь проверим правильность равенств, записанных в ответах.

1) $\frac{4}{x}-\frac{1{,}5}{x}=8$. При $x=12{,}8$ получим: $\frac{4}{12{,}8}-\frac{1{,}5}{12{,}8}=\frac{4-1{,}5}{12{,}8}=$ $=\frac{2{,}5}{12{,}8}\neq 8$ — не соответствует условию.

2) $\frac{x}{4}+8=\frac{x}{1{,}5}$. При $x=12{,}8$ получим: $\frac{12{,}8}{4}=3{,}2$, $\frac{12{,}8}{1{,}5}=$ $=\frac{128}{15}=8\frac{8}{15}$, тогда $3{,}2+8\neq 8\frac{8}{15}$, следовательно, уравнение не соответствует условию задачи.

3) $1{,}5(x+8)=4x$. При $x=12{,}8$ получим: $1{,}5\cdot(12{,}8+8)=$ $=1{,}5\times 20{,}8=31{,}2$; $4\cdot 12{,}8=51{,}2$, тогда $31{,}2\neq 51{,}2$, следовательно, уравнение не соответствует условию задачи.

4) $4(x-8)=1{,}5x$. При $x=12{,}8$ получим: $4\cdot(12{,}8-8)=4\cdot 4{,}8=$ $=19{,}2$; $1{,}5\cdot 12{,}8=19{,}2$; $19{,}2=19{,}2$ — верное равенство, следовательно, соответствует условию задачи.

Попробуем решить каждое уравнение и соотнести полученные результаты с реальностью.

1) $\frac{4}{x}-\frac{1{,}5}{x}=8$. $\frac{2{,}5}{x}=8$, $x=\frac{2{,}5}{8}$, $x=\frac{5}{16}$. Если скорость велосипедиста $\frac{5}{16}$ км/ч и она на 8 км/ч больше скорости пешехода, то получается, что скорость пешехода будет отрицательной — нереальная ситуация.

2) $\frac{x}{4}+8=\frac{x}{1{,}5}$. $\frac{2x}{3}-\frac{x}{4}=8$, $\frac{8x}{12}-\frac{3x}{12}=8$, $\frac{5}{12}x=8$, $x=19{,}2$. Если скорость велосипедиста 19,2 км/ч вызывает подозрения,

то скорость пешехода, меньшая на 8 км/ч скорости велосипедиста, 11,2 км/ч ставит точку — нереальная ситуация.

3) $1{,}5(x+8)=4x$. $1{,}5x+12=4x$, $2{,}5x=12$, $x=4{,}8$. Если скорость велосипедиста 4,8 км/ч и она на 8 км/ч больше скорости пешехода, то получается, что скорость пешехода будет отрицательной — нереальная ситуация.

4) $4(x-8)=1{,}5x$. $4x-32=1{,}5x$, $2{,}5x=32$, $x=12{,}8$ (км/ч) — скорость велосипедиста. Тогда скорость пешехода 4,8 км/ч. Получили реальные скорости.

$12{,}8\cdot 1{,}5=19{,}2$ (км) — расстояние, которое проехал велосипедист;

$4{,}8\cdot 4=19{,}2$ (км) — расстояние, которое прошел пешеход — это и есть расстояние от поселка до железнодорожной станции. И здесь не получили противоречий, следовательно, четвертое уравнение верно описывает задачную ситуацию.

Предостережение. Не ошибитесь в записи отношения «больше на».

Совет. Постарайтесь внимательно прочитать условие и самостоятельно составить уравнение с учетом обозначенной величины.

Проанализируйте каждое уравнение с позиции физических величин.

Попробуйте решить каждое уравнение и понять, реальна ли ситуация.

Потратьте время и постарайтесь выбрать уравнение не по «похожести» на правду, а тщательно проанализировав его.

Желательно рассмотреть два различных решения поставленной задачи, комбинируя предложенные варианты решения.

12. Решите неравенство $10x-4(2x-3)>4$.

1) $x>-\frac{1}{4}$

2) $x>8$

3) $x>-4$

4) $x<-4$

Решение. Решим неравенство:

$$10x - 4(2x - 3) > 4,$$
$$10x - 8x + 12 > 4,$$
$$2x > 4 - 12,$$
$$2x > -8,$$
$$x > -4.$$

Ответ: 3.

Другое решение. Попробуем «угадать» ответ.

Возьмем значение $x = 1$.

При $x = 1$ неравенство $10x - 4(2x - 3) > 4$ обращается в верное числовое неравенство: $14 > 4$.

1) $x = 1$ удовлетворяет неравенству $x > -\frac{1}{4}$.

2) $x = 1$ не удовлетворяет неравенству $x > 8$.

3) $x = 1$ удовлетворяет неравенству $x > -4$.

4) $x = 1$ не удовлетворяет неравенству $x < -4$.

Значение $x = 1$ первое и третье неравенства, а также и исходное неравенство обращает в верное числовое.

2) и 4) не могут быть ответами.

Возьмем значение $x = -2$.

При $x = -2$ неравенство $10x - 4(2x - 3) > 4$ обращается в верное числовое неравенство: $8 > 4$.

1) $x = -2$ не удовлетворяет неравенству $x > -\frac{1}{4}$.

3) $x = -2$ удовлетворяет неравенству $x > -4$.

Значение $x = -2$ обращает в верное числовое неравенство исходное и третье неравенство.

1) не может быть ответом.

Двумя значениями x удалось «угадать» ответ.

Постарайтесь полностью выполнить правило решения линейного неравенства:

1) раскрыть скобки;

2) перенести все выражения с переменной в левую часть неравенства, следя за знаками, числа — в правую;

3) привести подобные слагаемые в обеих частях;

4) получить значение переменной, разделив обе части неравенства на коэффициент при переменной, помня, что при

делении на положительное число знак неравенства сохраняется, а при делении на отрицательное — знак меняется.

Предостережение. Не ошибитесь при раскрытии скобок.

Не ошибитесь при переносе выражения из одной части в другую.

Совет. Неравенства такого типа проще решить, нежели пытаться угадать ответ.

Не стремитесь выполнять сразу несколько действий.

При возможности нужно рассмотреть и другое решение.

Проверка конкретным значением может не выявить ошибки, например, ошибочно получен ответ: $x > 8$, взяв $x = 9$ и подставив в исходное, получим верное числовое неравенство: $30 > 4$.

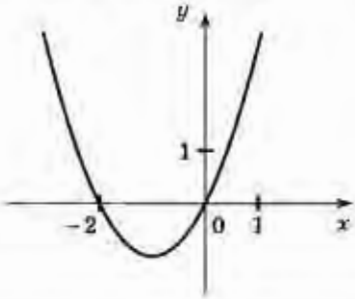
13. На рисунке изображен график функции $y = x^2 + 2x$. Используя график, решите неравенство $x^2 + 2x > 0$.

1) $(-\infty; 0)$

2) $(-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$

3) $(-2; 0)$

4) $(-2; +\infty)$



Решение. Если уже есть график функции, то можно решить неравенство, используя график. Нули функции обозначены: $x = -2$, $x = 0$.

Решить неравенство $x^2 + 2x > 0$ — это значит найти все значения x, при которых $y > 0$, т. е. точки графика функции расположены выше оси Ox.

$y > 0$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$.

Ответ: 2.

Другие решения. Можно просто решить неравенство: $x^2 + 2x > 0$; $x(x + 2) > 0$.

$x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$.

Можно выбрать из каждого интервала контрольную точку и проверять исходное неравенство.

1) $-1 \in (-\infty; 0)$, при $x = -1$ неравенство $x^2 + 2x > 0$ обращается в неверное числовое неравенство: $-1 > 0$.

2) $-3 \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$, при $x = -3$ неравенство $x^2 + 2x > 0$ обращается в верное числовое неравенство: $3 > 0$. Обязательно нужно взять контрольную точку из второго интервала.

$1 \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$, при $x = 1$ неравенство $x^2 + 2x > 0$ обращается в верное числовое неравенство: $3 > 0$.

3) $-1 \in (-2; 0)$, при $x = -1$ неравенство $x^2 + 2x > 0$ обращается в неверное числовое неравенство: $-1 > 0$.

4) $0 \in (-2; +\infty)$, при $x = 0$ неравенство $x^2 + 2x > 0$ обращается в неверное числовое неравенство: $0 > 0$.

Получился второй ответ.

Предостережение. Возможны ошибки при выборе интервала.

Возможны ошибки при включении-невключении в запись промежутков граничных точек.

Совет. Выбирайте тот способ решения, в котором вы уверены.

Если уже выбрали ответ, то из каждого промежутка выберите контрольную точку и проверьте верность неравенства.

14. Каждой последовательности, заданной формулой n-го члена (левый столбец), поставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

А) $x_n = n^2$	1) Последовательность — арифметическая прогрессия
Б) $y_n = 2n$	2) Последовательность — геометрическая прогрессия
В) $z_n = 2^n$	3) Последовательность не является прогрессией

Решение. Числовая последовательность будет арифметической прогрессией, когда для получения следующего члена последовательности нужно прибавлять одно и то же число.

Числовая последовательность будет геометрической прогрессией, когда для получения следующего члена последовательности нужно умножать на одно и то же число.

Запишем несколько членов каждой последовательности, вычисляя по формулам.

(x_n): 1; 4; 9; 16; ... — ни прибавления одного и того же числа, ни умножения на одно и то же число не наблюдается.

(y_n): 2; 4; 6; 8; ... — прибавляется 2 — арифметическая прогрессия.

(z_n): 2; 4; 8; 16; ... — умножается на 2 — геометрическая прогрессия.

Ответ:

А	Б	В
3	1	2

.

Другое решение. Проверим определения арифметической и геометрической прогрессии.

А) $x_n = n^2$, $x_{n+1} = (n+1)^2$.

$x_{n+1} - x_n = (n+1)^2 - n^2 = 2n + 1$ — не является постоянным числом, следовательно, последовательность не является арифметической прогрессией;

$\frac{x_{n+1}}{x_n} = \frac{(n+1)^2}{n^2} = \frac{n^2+2n+1}{n^2}$ — не является постоянным числом, следовательно, последовательность не является геометрической прогрессией.

Б) $y_n = 2n$, $y_{n+1} = 2(n+1)$.

$y_{n+1} - y_n = 2(n+1) - 2n = 2$, следовательно, (y_n) — арифметическая прогрессия.

В) $z_n = 2^n$, $z_{n+1} = 2^{n+1}$.

$\frac{z_{n+1}}{z_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2$, следовательно, (z_n) — геометрическая прогрессия.

Предостережение. Не перепутайте названия прогрессий.

Совет. Повторите определения арифметической и геометрической прогрессий.

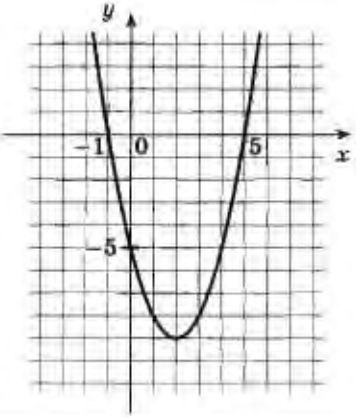
15. График какой квадратичной функции изображен на рисунке?

1) $y = x^2 + 4x - 5$

2) $y = -x^2 - 6x - 5$

3) $y = x^2 - 4x - 5$

4) $y = -x^2 + 6x - 5$



Решение. Попробуем «подобрать» функцию, используя график.

Обратим внимание на тот факт, что ветви параболы направлены вверх, следовательно, старший коэффициент квадратного трехчлена должен быть положительным. У второй и четвертой функций старший коэффициент равен -1, следовательно, на рисунке изображен не их график.

Остались первая и третья функции.

График проходит через точку с координатами $(-1; 0)$, следовательно, координаты этой точки должны удовлетворять уравнению:

1) $0 = 1 - 4 - 5$ — не получается верное числовое равенство.

3) $0 = 1 + 4 - 5$ — удовлетворяет.

Осталась только одна функция под номером 3.

Ответ: 3.

Другие решения. Заметим, что ветви параболы направлены вверх, следовательно, старший коэффициент квадратного трехчлена положителен.

Абсцисса вершины положительна.

Попробуем по этим двум признакам «вычислить» функцию, вспомнив, что старший коэффициент — это a, $x_в = \frac{-b}{2a}$ для квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$.

1) Функция $y = x^2 + 4x - 5$: $a = 1$, $x_в = -2$ — не удовлетворяет признакам.

2) Функция $y = -x^2 - 6x - 5$: $a = -1$ — не удовлетворяет признакам.

3) Функция $y = x^2 - 4x - 5$: $a = 1$, $x_в = 2$ — удовлетворяет признакам.

4) Функция $y = -x^2 + 6x - 5$: $a = -1$ — не удовлетворяет признакам.

Осталось только выбрать ответ: 3.

По координатам трех точек параболы можно «подобрать» квадратичную функцию.

На графике найдем любые три точки с целочисленными координатами. На этом рисунке удобно взять точки пересечения графика функции с осями: $(-1; 0)$; $(0; -5)$; $(5; 0)$ — и подставить их в уравнения.

1) Координаты точки $(-1; 0)$ не удовлетворяют уравнению $y = x^2 + 4x - 5$.

2) Координаты точки $(5; 0)$ не удовлетворяют уравнению $y = -x^2 - 6x - 5$.

3) Координаты точек $(-1; 0)$; $(0; -5)$; $(5; 0)$ удовлетворяют уравнению $y = x^2 - 4x - 5$.

4) Координаты точки $(-1; 0)$ не удовлетворяют уравнению $y = -x^2 + 6x - 5$.

Осталось только записать в ответ: 3.

Самая трудоемкая работа — по координатам трех точек найти коэффициенты квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$.

Несколько фактов:

$y(0) = c$;

если x_1 и x_2 — нули функции $y = ax^2 + bx + c$ (абсциссы точек пересечения графика функции с осью абсцисс), то $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ и $x_в = \frac{x_1 + x_2}{2}$.

Для этой функции удобно взять точки пересечения графика функции с осями: $(-1; 0)$; $(0; -5)$; $(5; 0)$.

$y(0) = -5$, следовательно, $c = -5$, получим $y = ax^2 + bx - 5$.

Нули функции: $x_1 = -1$, $x_2 = 5$, т. е. $y = a(x + 1)(x - 5)$, $y(0) = -5a$.

Откуда $-5a = -5$, $a = 1$.

Подставив найденное значение $a = 1$, получим $y = x^2 - 4x - 5$.

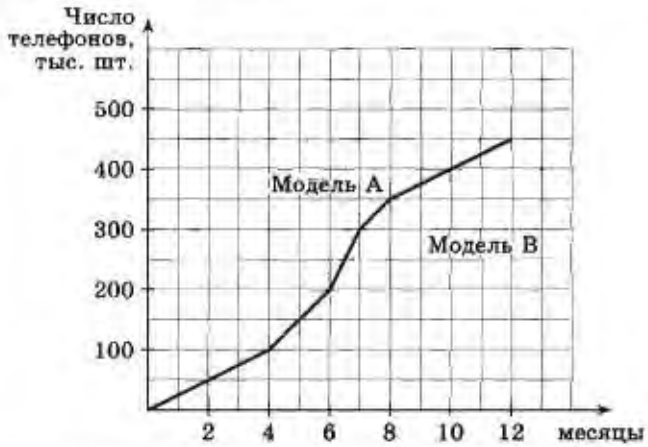
Осталось только записать ответ: 3.

Предостережение. Не старайтесь «подбирать» функцию по одной контрольной точке.

Совет. Можно использовать любой способ решения.

Найдите способ проверки полученного ответа, используя другой подход к поиску ответа.

16. Фирма начала продавать две новые модели телефонов — А и В. На графиках показано, как росло в течение года количество проданных телефонов. (По горизонтальной оси откладывается время, прошедшее с начала продаж, в месяцах; по вертикальной — число телефонов, проданных с начала продаж, в тыс. шт.) Сколько всего телефонов этих двух моделей было продано за первые десять месяцев?



Решение. Телефонов модели А за первые 10 месяцев продано 400 тыс. штук. Телефонов модели В за первые 10 месяцев продано 400 тыс. штук. Тогда за 10 месяцев телефонов моделей А и В продано 800 тыс. штук.

Ответ: 800 тыс.

Предостережение. По такому графику можно задать много вопросов — отвечайте на поставленный вопрос.

Совет. Если нужно, то проведите вертикальные прямые через указанные точки горизонтальной оси.

Обязательно получатся точки пересечения, расположенные в вершинах квадратиков.

Не забывайте о единице измерения по вертикальной оси.

Прочитав графики, внимательно прочитайте вопрос задания и дайте ответ на поставленный вопрос.

Решение заданий второй части. Предостережения. Советы

17. Постройте график функции $y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 5$. Укажите наименьшее значение этой функции.

Решение. Для построения графика квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ нужно уметь: определять направление ветвей (показывает коэффициент a), вычислять координаты вершины: $x_в = \frac{-b}{2a}$, $y_в = y(x_в)$, и находить координаты точек графика функции.

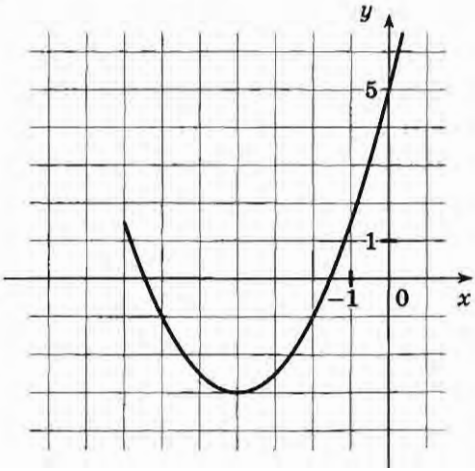
$a = \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2} > 0$, следовательно, ветви параболы направлены вверх.

$$x_в = \frac{-b}{2a}, \quad x_в = -4; \qquad y_в = \frac{1}{2} \cdot (-4)^2 + 4 \cdot (-4) + 5 = -3.$$

Дополнительные точки:

$$x = -6; \quad y = -1;$$
$$x = -2; \quad y = -1;$$
$$x = 0; \quad y = 5.$$

График изображен на рисунке.



Наименьшее значение функции — ордината вершины параболы: $y = -3$.

Ответ: наименьшее значение функции: -3.

Предостережение. Возможны арифметические ошибки при вычислении.

Не ошибитесь в указании наименьшего значения функции (иногда называют значение x, при котором достигается наименьшее значение функции).

Совет. Не старайтесь считать «в уме» — запишите все вычисления.

Правильно отмечайте точки на координатной плоскости по их координатам.

Если вдруг у параболы появился какой-либо «нарост», скорее всего, допущена вычислительная ошибка (иногда неверно отмечена точка по своим координатам) — проверьте вычисления.

Не торопитесь с ответом на второй вопрос — наименьшее значение функции — это значение y.

18. Выясните, имеет ли корни уравнение

$$x^2 + 2x\sqrt{5} + 2x = -11.$$

Решение. Запишем уравнение в виде $x^2 + (2\sqrt{5} + 2)x + 11 = 0$.

Вычислим дискриминант по формуле $D = b^2 - 4ac$:

$$D = (2\sqrt{5} + 2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 11 = 24 + 8\sqrt{5} - 44 = 4(2\sqrt{5} - 5),$$

$$2\sqrt{5} - 5 = \sqrt{20} - \sqrt{25} < 0.$$

$D < 0$, следовательно, квадратное уравнение действительных корней не имеет.

Ответ: не имеет.

Другое решение. Запишем уравнение в виде:

$$x^2 + 2(\sqrt{5} + 1)x + (\sqrt{5} + 1)^2 = (\sqrt{5} + 1)^2 - 11.$$

$$(x + \sqrt{5} + 1)^2 = -5 + 2\sqrt{5}.$$

$-5+2\sqrt{5}=-\sqrt{25}+\sqrt{20}<0$, следовательно, уравнение не имеет действительных корней.

Предостережение. Ошибка в вычислении дискриминанта может полностью обесценить все решение.

Ошибка в применении формулы сокращенного умножения также полностью обесценивает все решение.

Может быть уменьшено количество баллов за решение, если не пояснено, почему $-5+2\sqrt{5}$ меньше нуля.

Совет. Сначала напишите формулу дискриминанта, формулу квадрата суммы двучлена.

Так как знак дискриминанта является в этом задании выходом на ответ, то обязательно нужно пояснить, как получен этот знак.

19. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, которые не делятся на 4.

Решение. 1. Найдем сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160. 1; 2; 3; ... — арифметическая прогрессия: $a_1=1$, $d=1$.

$$S_{160}=\frac{a_1+a_{160}}{2}\cdot 160,\quad S_{160}=\frac{1+160}{2}\cdot 160=12880.$$

2. Найдем сумму всех натуральных чисел, кратных 4 и не превосходящих 160. Последовательность (b_n) чисел, кратных 4, задается формулой $b_n=4n$. (b_n) — арифметическая прогрессия с $b_1=4$, $d=4$; $b_n=160$, $n=40$.

$$S_{40}=\frac{b_1+b_{40}}{2}\cdot 40,\quad S_{40}=\frac{4+160}{2}\cdot 40=82\cdot 40=3280.$$

3. Найдем сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, которые не делятся на 4. Эта сумма равна сумме всех натуральных чисел, не превосходящих 160, без суммы натуральных чисел, кратных 4. $12880-3280=9600$.

Ответ: 9600.

Предостережение. Все вычисления должны быть выполнены аккуратно.

Совет. При нахождении суммы n первых членов арифметической прогрессии выпишите формулу суммы, вычисления выполняйте подробно.

20. Найдите наименьшее значение выражения

$$(2x+y+3)^2+(3x-2y+8)^2$$

и значения x и y, при которых оно достигается.

Решение. $(2x+y+3)^2 \geqslant 0$ при всех значениях x и y;
$(3x-2y+8)^2 \geqslant 0$ при всех значениях x и y, тогда
$(2x+y+3)^2+(3x-2y+8)^2 \geqslant 0$ при всех значениях x и y. Наименьшее значение выражения $(2x+y+3)^2+(3x-2y+8)^2$ равно 0, когда оба слагаемых равны нулю (если есть такие значения x и y).

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x+y+3=0, \\ 3x-2y+8=0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x+2y+6=0, \\ 3x-2y+8=0; \end{cases} \quad \begin{cases} 7x=-14, \\ 2x+y+3=0; \end{cases} \quad \begin{cases} x=-2, \\ y=1. \end{cases}$$

Ответ: наименьшее значение выражения равно 0,
оно достигается при $x=-2$, $y=1$.

Предостережение. Не пишите много слов, не старайтесь описывать все шаги — в них может содержаться неверное математическое утверждение.

В ответе должны быть ответы на все поставленные вопросы.

Совет. Аккуратно решите систему уравнений.

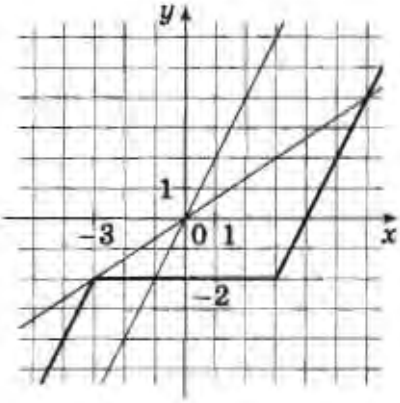
Обязательно проверьте решение системы уравнений подстановкой.

21. Найдите все значения k, при которых прямая $y=kx$ пересекает в трех различных точках график функции

$$y=\begin{cases} 2x+4, & \text{если } x<-3, \\ -2, & \text{если } -3 \leqslant x \leqslant 3, \\ 2x-8, & \text{если } x>3. \end{cases}$$

Решение. Построим график функции

$$y = \begin{cases} 2x+4, & \text{если } x < -3, \\ -2, & \text{если } -3 \leqslant x \leqslant 3, \\ 2x-8, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$



Прямая $y = kx$ (проходящая через начало координат) пересекает график функции в трех различных точках, если ее угловой коэффициент больше углового коэффициента прямой, проходящей через точку $(-3; -2)$ и начало координат, и меньше углового коэффициента прямой, параллельной прямым $y = 2x - 8$ и $y = 2x + 4$.

Найдем угловой коэффициент прямой, проходящей через точку $(-3; -2)$: $-2 = -3k$, $k = \frac{2}{3}$.

Угловой коэффициент k прямой, параллельной прямой $y = 2x - 8$, равен 2.

Прямая $y = kx$ имеет с графиком функции три общие точки при $\frac{2}{3} < k < 2$.

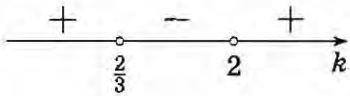
Ответ: $\frac{2}{3} < k < 2$.

Другое решение. График функции состоит из трех линейных частей, следовательно, чтобы прямая $y = kx$ имела три общие точки с этим графиком, нужно, чтобы прямая $y = kx$ пересекла каждое звено ломаной.

1) Найдем значения k, при которых есть пересечение прямой $y = kx$ с первым звеном графика функции: $y = 2x + 4$ при $x < -3$.

$kx = 2x + 4$, $(k - 2)x = 4$; если $k = 2$, то корней нет, если $k \neq 2$, то $x = \dfrac{4}{k - 2}$.

$x < -3$, $\dfrac{4}{k - 2} < -3$, $\dfrac{3k - 2}{k - 2} < 0$,



$\dfrac{2}{3} < k < 2$.

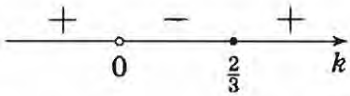
2) Найдем значения k, при которых есть пересечение прямой $y = kx$ со вторым звеном графика функции: $y = -2$ при $-3 \leqslant x \leqslant 3$.

$kx = -2$; если $k = 0$, то корней нет, если $k \neq 0$, то $x = \dfrac{-2}{k}$.

$-3 \leqslant x \leqslant 3$, $-3 \leqslant \dfrac{-2}{k} \leqslant 3$,

$$\begin{cases} -3 \leqslant \dfrac{-2}{k}, \\ \dfrac{-2}{k} \leqslant 3; \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{3k - 2}{k} \geqslant 0, \\ \dfrac{3k + 2}{k} \geqslant 0. \end{cases}$$

Решение первого неравенства:



$k \in (-\infty; 0) \cup \left[\dfrac{2}{3}; +\infty\right)$.

Решение второго неравенства:

$k \in \left(-\infty; -\dfrac{2}{3}\right] \cup (0; +\infty)$.

Решение системы неравенств:

$$k \in \left(-\infty; -\frac{2}{3}\right] \cup \left[\frac{2}{3}; +\infty\right).$$

3) Найдем значения k, при которых есть пересечение прямой $y = kx$ с третьим звеном графика функции: $y = 2x - 8$ при $x > 3$.

$kx = 2x - 8$, $(k - 2)x = -8$; если $k = 2$, то корней нет, если $k \neq 2$, то $x = \frac{-8}{k-2}$.

$x > 3$, $\frac{-8}{k-2} > 3$, $\frac{3k+2}{k-2} < 0$,

$-\frac{2}{3} < k < 2$.

4) Пересечение всех звеньев графика функции прямой $y = kx$ возможно при $\frac{2}{3} < k < 2$, т. е. при $\frac{2}{3} < k < 2$ прямая $y = kx$ пересекает в трех различных точках график функции

$$y = \begin{cases} 2x + 4, & \text{если } x < -3, \\ -2, & \text{если } -3 \leqslant x \leqslant 3, \\ 2x - 8, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

Предостережение. Все построения и вычисления должны быть выполнены аккуратно.

Совет. Постарайтесь как можно больше иллюстрировать решения.

Диагностическая работа №1

1. Расположите в порядке убывания числа: 3,04; 3,4; 3,34; 3,43

1) 3,04; 3,34; 3,43; 3,4
2) 3,04; 3,34; 3,4; 3,43
3) 3,43; 3,4; 3,34; 3,04
4) 3,34; 3,04; 3,4; 3,43

2. Какое из чисел $\sqrt{640}$, $\sqrt{0,64}$, $\sqrt{0,064}$ является рациональным?

1) $\sqrt{640}$
2) $\sqrt{0,64}$
3) $\sqrt{0,064}$
4) ни одно из этих чисел

3. Человек в среднем должен потреблять 2000 ккал в сутки, энергетическая ценность стакана молока около 120 ккал. Какой процент от суточной нормы потребления энергии содержится в одном стакане молока?

1) 16%
2) 1,6%
3) 6%
4) 0,6%

4. Вычислите значение выражения $\frac{a-c}{b+c}$ при $a=2,6$; $b=3,9$; $c=-1,4$.

Ответ: _____

5. С какой скоростью нужно ехать велосипедисту, чтобы успеть проехать 76 километров за 4 часа?

Ответ: _____

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $(y-x)^2=-y^2-2xy-x^2$
2) $-9(x-y)=9y-9x$
3) $(x-2)(2-x)=x^2-4x+4$
4) $(x-3)(3+x)=9-x^2$

7. Упростите выражение $\frac{1}{5x} + \frac{2}{7x}$

1) $\frac{1}{4x}$ 2) $\frac{17}{35x}$ 3) $\frac{17}{35x^2}$ 4) $\frac{3}{4x}$

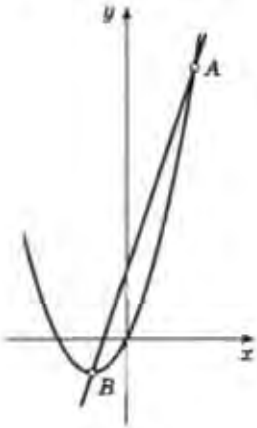
8. Найдите частное $\frac{5{,}6 \cdot 10^3}{0{,}7 \cdot 10}$. Ответ запишите в виде целого числа или десятичной дроби.

Ответ: _____

9. Решите уравнение $7(4 - 3x) = 13 - (x + 9)$.

Ответ: _____

10. Прямая $y = 3x + 2$ пересекает параболу $y = x^2 + 2x$ в двух точках. Вычислите координаты точки A.



Ответ: _____

11. Прочитайте задачу: «От турбазы до станции турист дошел пешком за 4 ч. На велосипеде он смог бы проехать это расстояние за 3 ч. Известно, что на велосипеде он едет со скоростью на 4 км/ч большей, чем идет пешком. Какое расстояние (в км) от турбазы до станции?»
Выберите уравнение, соответствующее условию задачи, если буквой x обозначено расстояние (в км) от турбазы до станции.

1) $\frac{x}{4}-\frac{x}{3}=4$

2) $4(x-4)=3x$

3) $\frac{x}{3}-\frac{x}{4}=4$

4) $4x=3(x+4)$

12. Решите неравенство $8x+4(2-3x)<11$.

1) $x>\frac{3}{4}$

2) $x>-\frac{3}{4}$

3) $x<\frac{3}{4}$

4) $x<-\frac{3}{4}$

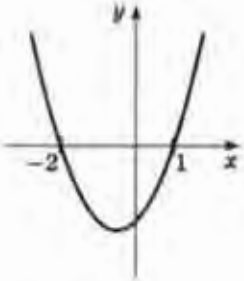
13. На рисунке изображен график функции $y=f(x)$. Решите неравенство $f(x)>0$.

1) $(-\infty, -2)\cup(1; +\infty)$

2) $(-2, 1)$

3) $(1; +\infty)$

4) $(-\infty, -2)$



14. Каждой последовательности, заданной условиями (левый столбец), проставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

А) $a_n=2\cdot5^{n-1}$

Б) $b_n=-3n-1$

В) $c_n=n\cdot4^n$

1) Последовательность — арифметическая прогрессия

2) Последовательность — геометрическая прогрессия

3) Последовательность не является ни арифметической, ни геометрической прогрессией

Ответ:

А	Б	В

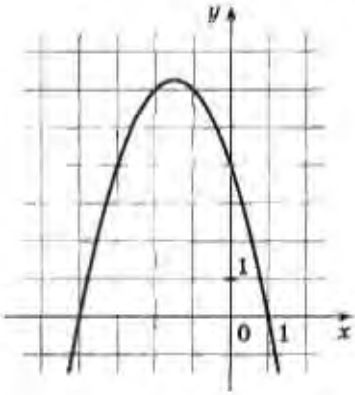
15. График какой квадратичной функции изображен на рисунке?

1) $y = -x^2 - 3x + 4$

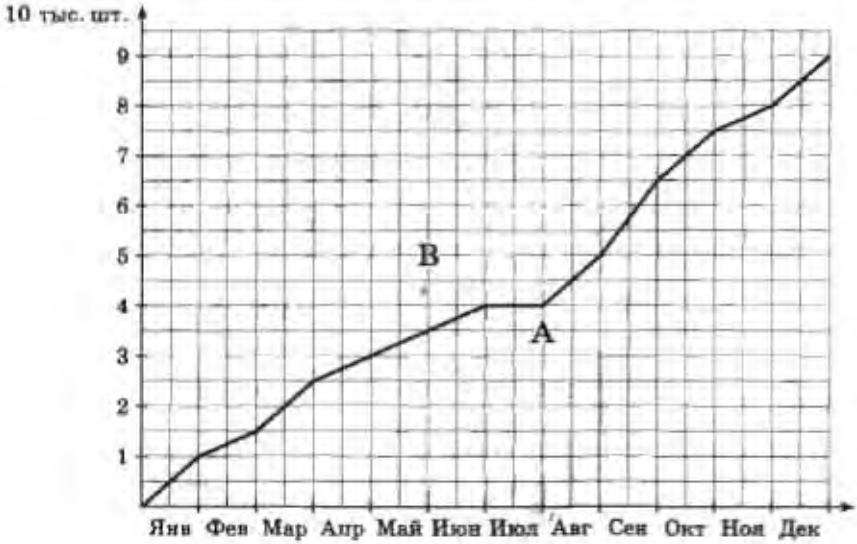
2) $y = x^2 + 3x - 4$

3) $y = -x^2 + 3x + 4$

4) $y = x^2 - 3x - 4$



16. На графике показано количество автомобилей марки А и марки В, проданных за год. По горизонтали отложены месяцы, по вертикали количество автомобилей, проданных с начала года в десятках тысяч штук.



Автомобилей какой из марок было больше продано за три летних месяца (июнь, июль, август) и на сколько?

Ответ: _____

Тематические задания
Комплект 1

Задача 1

Подготовительные задания

1. Расположите в порядке возрастания числа: 181; 18; 181,2; 182.

   1) 182; 181,2; 181; 18

   2) 18; 181; 181,2; 182

   3) 18; 181,2; 181; 182

   4) 18; 181; 182; 181,2

2. Расположите в порядке возрастания числа: 3; –9; –7; 8.

   1) 3; –7; 8; –9

   2) –7; –9; 3; 8

   3) –9; –7; 3; 8

   4) 8; 3; –7; –9

3. Расположите в порядке убывания числа: 32; –35; 39; –31.

   1) –31; 32; –35; 39

   2) –35; –31; 32; 39

   3) 39; 32; –35; –31

   4) 39; 32; –31; –35

4. Найдите наибольшее из чисел: 0,9; 0,99; 0,009.

   Ответ: _____

5. Найдите наименьшее из чисел: 0,9; 0,99; 0,009.

   Ответ: _____

Тренировочные задания

6. Вычислите разность 2,7 – 2,077.

Ответ: _____

7. Вычислите разность 2,7 – 2,77

Ответ: _____

Зачетные задания

8. Найдите второе по величине число из: 0,87; –0,78; –0,87; 0,78; –0,708.

Ответ: _____

9. Расположите в порядке возрастания числа: 0,083; –0,83; 8,3; 8,03.

1) –0,83; 0,083; 8,03; 8,3

2) 8,3; 8,03; –0,83; 0,083

3) 8,3; 0,083; 8,03; –0,83

4) –0,83; 8,03; 8,3; 0,083

10. Расположите в порядке убывания числа: 3,02; –3,02; 2,03; –20,3.

1) –20,3; –3,02; 2,03; 3,02

2) –20,3; –3,02; 3,02; 2,03

3) 3,02; 2,03; –3,02; –20,3

4) –3,02; –20,3; 3,02; 2,03

Задача 2

Подготовительные задания

1. Выделите те из чисел, которые являются рациональными:

$$\sqrt{0},\ \sqrt{1},\ \sqrt{2},\ \sqrt{3},\ \sqrt{4},\ \sqrt{5},\ \sqrt{6},\ \sqrt{7},\ \sqrt{8},$$
$$\sqrt{9},\ \sqrt{10},\ \sqrt{11},\ \sqrt{12},\ \sqrt{13},\ \sqrt{14},\ \sqrt{15},\ \sqrt{16}$$

2. Чему равно $0{,}5^2$?

   Ответ: _____

3. Чему равно 300^2?

   Ответ: _____

4. Чему равно $1{,}3^2$?

   Ответ: _____

5. Чему равно $\sqrt{2{,}7^2}$?

   Ответ: _____

Тренировочные задания

6. Чему равно $\sqrt{0{,}0009}$?

   Ответ: _____

7. Чему равно $\sqrt{1600}$?

   Ответ: _____

Зачетные задания

8. Какое из чисел $\sqrt{900}$, $\sqrt{0{,}9}$, $\sqrt{0{,}009}$, $\sqrt{90}$ равно 30?

   1) $\sqrt{900}$
   2) $\sqrt{0{,}9}$
   3) $\sqrt{0{,}009}$
   4) $\sqrt{90}$

9. Какое из чисел $\sqrt{1,6}$, $\sqrt{160}$, $\sqrt{160000}$ является рациональным?

1) $\sqrt{1,6}$

2) $\sqrt{160}$

3) $\sqrt{160000}$

4) ни одно из этих чисел

10. Какое из чисел $\sqrt{81000}$, $\sqrt{0,81}$, $\sqrt{0,081}$ является рациональным?

1) $\sqrt{81000}$

2) $\sqrt{0,81}$

3) $\sqrt{0,081}$

4) ни одно из этих чисел

Задача 3

Подготовительные задания

1. Найдите 1% от числа 1360.

   Ответ: _____

2. Найдите 15% от числа 58.

   Ответ: _____

3. Сколько процентов от 180 составляет 9?

   Ответ: _____

4. Найдите число, 60% от которого составляет 18.

   Ответ: _____

5. Какое число получится, если 170 увеличить на 30%?

   Ответ: _____

Тренировочные задания

6. На сколько процентов нужно увеличить число 80, чтобы получить 100?

   Ответ: _____

7. На сколько процентов 80 меньше, чем 100?

   Ответ: _____

Зачетные задания

8. Обед из трех блюд стоит 120 рублей, борщ стоит 65 рублей. Сколько процентов от общей стоимости обеда составляет стоимость борща (ответ округлите до целого числа)?

   Ответ: _____

9. Человек в среднем должен потреблять 2000 ккал в сутки, энергетическая ценность чизбургера 300 ккал. Какой процент от суточной нормы потребления энергии содержится в одном чизбургере?

Ответ: _____

10. Суточная норма потребления углеводов составляет 280 грамм. Пирожок в среднем содержит 11% от дневной нормы потребления углеводов. Какое наибольшее целое количество пирожков можно съесть, чтобы не превысить дневную норму потребления углеводов?

Ответ: _____

Задача 4

Подготовительные задания

1. Вычислите значение выражения $a(b+c)$ при $a=2$; $b=3$; $c=-4$.

   Ответ: _____

2. Вычислите значение выражения $\frac{a}{b+c}$ при $a=-3$; $b=-2$; $c=8$.

   Ответ: _____

3. Вычислите значение выражения $(b+c)a$ при $a=0$; $b=-2{,}7$; $c=1{,}5$.

   Ответ: _____

4. Вычислите значение выражения $\frac{a+b}{c}$ при $a=2{,}3$; $b=1{,}6$; $c=1{,}3$.

   Ответ: _____

5. Вычислите значение выражения $\frac{a-b}{c}$ при $a=1{,}6$; $b=2{,}8$; $c=0{,}6$.

   Ответ: _____

Тренировочные задания

6. Вычислите значение выражения $\frac{a}{b+c}$ при $a=3{,}6$; $b=2{,}1$; $c=0{,}3$.

   Ответ: _____

7. Вычислите значение выражения $\frac{a}{b-c}$ при $a=-1{,}8$; $b=1{,}5$; $c=5{,}1$.

   Ответ: _____

Зачетные задания

8. Вычислите значение выражения $\frac{a+b}{c+b}$ при $a = 2{,}6$; $b = -1{,}1$; $c = 1{,}3$.

Ответ: _____

9. Вычислите значение выражения $\frac{a+b}{c}$ при $a = -2{,}3$; $b = 3{,}7$; $c = 3{,}5$.

Ответ: _____

10. Вычислите значение выражения $\frac{a \cdot (b+c)}{c+b}$ при $a = 3{,}7$; $b = 2{,}9$; $c = -1{,}7$.

Ответ: _____

Задача 5

Подготовительные задания

1. Сколько минут содержится в трех часах?

   Ответ: _____

2. Сколько квадратных сантиметров содержится в 1 $м^2$?

   Ответ: _____

3. Установите соответствие между равными величинами.

А) 1 тонна	1) 0,01 кг
Б) 10 килограмм	2) 10 центнеров
В) 10 грамм	3) 0,01 т

Ответ:

А	Б	В

4. Поезд едет со скоростью 50 км/ч. Какое расстояние (в км) он проедет за 2,5 часа?

   Ответ: _____

5. Плотность тела равна 500 кг/$м^3$, а его масса равна 1100 кг. Найдите его объем.

   Ответ: _____

Тренировочные задания

6. Пешеход проходит за минуту 90 метров. Найдите его скорость в метрах в секунду.

   Ответ: _____

7. Автомобиль едет со скоростью 80 км/ч. Какое расстояние он проедет за 15 минут?

   Ответ: _____

Зачетные задания

8. Килограмм вермишели стоит 70 рублей. Сколько стоят 400 грамм вермишели?

Ответ: _____

9. Спортсмен бежит со скоростью 18 км/ч. Выразите его скорость в метрах в секунду.

Ответ: _____

10. Время реакции водителя в среднем равно 0,5 секунды. Сколько примерно метров проедет машина, движущаяся со скоростью 60 км/ч, прежде чем водитель успеет среагировать на перебегающего дорогу пешехода?

1) 2

2) 4

3) 8

4) 16

Задача 6

Подготовительные задания

1. Преобразуйте выражение $a(b+c)$.

1) $ab+ac$ 3) abc
2) $ab+c$ 4) $a+b+c$

2. Преобразуйте выражение $3(x-6)$.

1) $3x-6$ 3) $3x-18$
2) $3x+18$ 4) $x-18$

3. Преобразуйте выражение $-7(y-x)$.

1) $7x-7y$ 3) $7y+7x$
2) $-7y-7x$ 4) $-7y-x$

4. Преобразуйте выражение $(x+7)x$.

1) x^2+7 3) x^2+7x
2) $8x$ 4) $8x^2$

5. Преобразуйте выражение $(x+y)(x-y)$.

1) x^2+y^2 3) $x^2+2xy-y^2$
2) x^2-y^2 4) $x^2-2xy+y^2$

Тренировочные задания

6. Преобразуйте выражение $(x-2)^2$.

1) x^2-4 3) x^2-4x-4
2) x^2+4 4) x^2-4x+4

7. Преобразуйте выражение $(x+3)(y-3)$.

1) $xy+3x+3y-9$

2) $x^2+3x-3y-9$

3) $xy-3x+3y-y^2$

4) $xy-3x+3y-9$

Зачетные задания

8. Преобразуйте выражение $(x+y)^2$.

1) x^2+y^2

2) x^2+y

3) $x^2+2xy+y^2$

4) x^2+xy+y^2

9. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $2(y-x)=2y-2x$

2) $-3(x-y)=3x+3y$

3) $(x-3y)\cdot 3=3x-3y$

4) $(3x-y)x=3x^2+xy$

10. Преобразуйте выражение $(x+y)(y-2x)$.

1) $4x^2-y^2$

2) y^2-4x^2

3) y^2+xy-x^2

4) $y^2-xy-2x^2$

Задача 7

Подготовительные задания

1. Упростите выражение $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$.

1) $\frac{a+c}{b+d}$ 2) $\frac{ad+bc}{bd}$ 3) $\frac{a+c}{bd}$ 4) $\frac{ac}{bd}$

2. Вычислите значение $\frac{2}{7}+\frac{3}{14}$.

1) $\frac{5}{14}$ 2) $\frac{1}{2}$ 3) $\frac{5}{21}$ 4) $\frac{7}{21}$

3. Вычислите значение $\frac{7}{9}-\frac{5}{27}$.

1) $-\frac{1}{9}$ 2) $\frac{2}{27}$ 3) $\frac{16}{27}$ 4) $-\frac{8}{27}$

4. Вычислите значение $\frac{18}{5}-1{,}9$.

1) $\frac{1}{5}$ 2) $-\frac{1}{5}$ 3) $1\frac{2}{15}$ 4) $1\frac{7}{10}$

5. Упростите выражение $\frac{5}{3x}+\frac{4}{3x}$.

1) $\frac{3}{x}$ 2) $\frac{3}{2x}$ 3) $\frac{1}{3x}$
4) Среди ответов 1)–3) нет правильного

Тренировочные задания

6. Упростите выражение $\frac{3}{7x}\cdot\frac{2}{3x}$.

1) $\frac{2}{7x^2}$ 2) $\frac{5}{21x^2}$ 3) $\frac{5}{21x}$ 4) $\frac{2}{7}x^2$

7. Упростите выражение $\frac{2}{7x}+\frac{2}{3x}$.

1) $\frac{1}{5x}$ 2) $\frac{2}{5x}$ 3) $\frac{20}{21x^2}$ 4) $\frac{20}{21x}$

Зачетные задания

8. Упростите выражение $\frac{3}{11x}-\frac{2}{3x}$.

1) $\frac{1}{8x}$ 2) $-\frac{13}{11x^2}$ 3) $-\frac{13}{33x}$ 4) $\frac{1}{11x}$

9. Упростите выражение $\frac{11}{14x}+\frac{7}{2x}$

1) $\frac{30}{7x}$ 2) $\frac{4}{3x}$ 3) $\frac{3}{x}$ 4) $\frac{71}{14x}$

10. Упростите выражение $\frac{x}{3y}+\frac{x}{2y}$.

1) $\frac{2x}{5y}$ 2) $\frac{5x}{6y}$ 3) $\frac{x}{6y}$ 4) $\frac{5x}{6y^2}$

Задача 8

Подготовительные задания

1. Найдите частное $\frac{3,5}{7}$. Ответ запишите в виде десятичной дроби.

   Ответ: _____

2. Укажите наибольшее из чисел 10^3; 10^{-5}; 10^6; 10^{-9}.

   1) 10^3
   2) 10^{-5}
   3) 10^6
   4) 10^{-9}

3. Упростите выражение $\frac{10^5}{10^2}$.

   1) 10^3
   2) 10^{-3}
   3) 10^7
   4) $10^{2,5}$

4. Упростите выражение $10^7 \cdot 10^4$.

   1) 10^{28}
   2) 10^{11}
   3) 100^{11}
   4) 100^{28}

5. Упростите выражение $10^{-6} \cdot 10^7$.

   1) 10^{-42}
   2) $10^{-\frac{6}{7}}$
   3) 10
   4) $10^{\frac{7}{6}}$

Тренировочные задания

6. Упростите выражение $\frac{10^3}{10^{-8}}$.

1) 10^{-5}

2) 10^{-11}

3) $10^{-\frac{3}{8}}$

4) 10^{11}

7. Упростите выражение $\frac{10^{-12}}{10^5}$.

1) 10^{-7}

2) 10^{-17}

3) 10^{-60}

4) $10^{-2,4}$

Зачетные задания

8. Найдите произведение $(2,5 \cdot 10^4)(8 \cdot 10^{-3})$. Ответ запишите в виде целого числа или десятичной дроби.

Ответ: _____

9. Найдите частное $\frac{5,4 \cdot 10^3}{9 \cdot 10^{-1}}$. Ответ запишите в виде целого числа или десятичной дроби.

Ответ: _____

10. Численность населения государства Бенин составляет $74,6 \cdot 10^5$ человек, а его площадь — $112,6 \cdot 10^3$ км^2. Вычислите плотность населения в Бенине (в чел./км^2), ответ округлите до целых.

Ответ: _____

Задача 9

Подготовительные задания

1. Корнем какого из уравнений является число 2?

   1) $-7(x-2)+1=0$
   2) $2x-5=1-x$
   3) $5(3x-2)=0$
   4) $2-x=3x-3$

2. Решите уравнение $4x=28$

   Ответ: _____

3. Решите уравнение $3x-7{,}2=0$

   Ответ: _____

4. Решите уравнение $7-3x=2x$

   Ответ: _____

5. Решите уравнение $-4(7x+6{,}3)=0$

   Ответ: _____

Тренировочные задания

6. Решите уравнение $3x+5{,}4=7x-6{,}2$

   Ответ: _____

7. Решите уравнение $2(x+5)-3(7-x)=5$

   Ответ: _____

Зачетные задания

8. Решите уравнение $-2(x-4{,}3)+2{,}7=3x+3{,}1$

Ответ: _____

9. Решите уравнение $5(2-3x)-4=-7(x+6)$

Ответ: _____

10. Решите уравнение $15-2(x-3)=5x-7$

Ответ: _____

Задача 10

Подготовительные задания

1. Решите уравнение $2x - 3 = -3x + 10$.

   Ответ: _____

2. Решите систему уравнений $\begin{cases} y = 7x + 17, \\ y = 2x - 9. \end{cases}$

   Ответ: _____

3. Найдите координаты точки пересечения прямых $y = 3x - 5$ и $y = -2x + 7$.

   Ответ: _____

4. Решите уравнение $x^2 - 2x - 7 = 5 - 3x$.

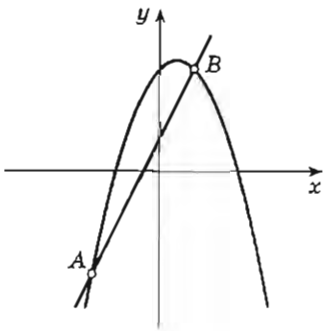
   Ответ: _____

5. Решите систему уравнений $\begin{cases} y = x^2 + 5x - 7, \\ y = 2x + 3. \end{cases}$

   Ответ: _____

Тренировочные задания

6. На рисунке изображены графики функций $y = ax^2 + bx + c$ и $y = 2x + 1$, при этом уравнение $2x + 1 = ax^2 + bx + c$ имеет корни: -2 и 1. Найдите координаты точки B.



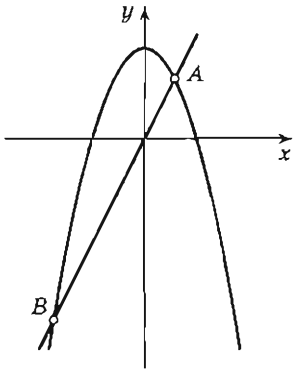
   Ответ: _____

7. Решите систему уравнений $\begin{cases} y = 3x^2 + x - 7, \\ y = x^2 + 5x - 1. \end{cases}$

Ответ: _____

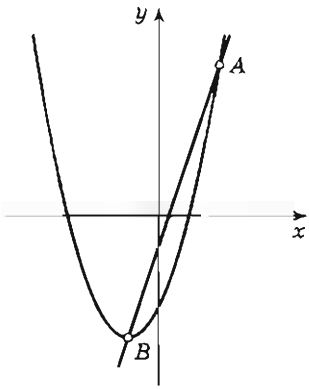
Зачетные задания

8. Прямая $y = 2x$ пересекает параболу $y = -x^2 + 3$ в двух точках. Вычислите координаты точки B.



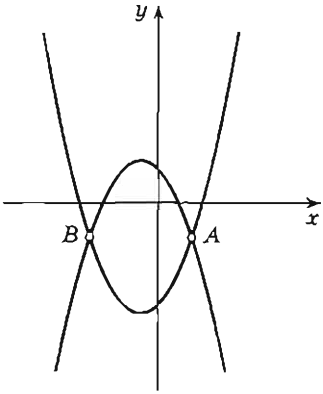
Ответ: _____

9. Прямая $y = 3x - 1$ пересекает параболу $y = x^2 + 2x - 3$ в двух точках. Вычислите координаты точки A.



Ответ: _____

10. Параболы $y = x^2 + x - 3$ и $y = -x^2 - x + 1$ пересекаются в двух точках. Вычислите координаты точки A.



Ответ: _____

Задача 11

Подготовительные задания

1. Поднимаясь в гору, велосипедист проехал 36 км за 4 часа. Скорость велосипедиста на спуске с горы на 3 км/ч больше, чем при подъеме в гору. За сколько часов велосипедист спустится обратно с горы?

   Ответ: _____

2. Прочитайте задачу: «От турбазы до станции турист доехал на велосипеде за 4 часа. Расстояние от турбазы до станции 36 км. На машине он смог бы проехать это расстояние за 0,5 часа. На сколько километров в час скорость машины больше скорости велосипеда?»
   Выберите выражение, соответствующее условию задачи.

   1) $\frac{36}{4} - \frac{36}{0,5}$
   2) $4 \cdot 36 - 0,5 \cdot 36$
   3) $\frac{36}{0,5} - \frac{36}{4}$
   4) $\frac{0,5}{36} - \frac{4}{36}$

3. Собственная скорость лодки 5 км/ч, скорость течения реки 2 км/ч. Расстояние между двумя пристанями против течения реки лодка преодолевает за 4 часа. Какое расстояние между пристанями (в км)?

   Ответ: _____

4. Собственная скорость лодки 5 км/ч, скорость течения реки 1 км/ч. Расстояние между двумя пристанями против течения реки лодка преодолевает за 6 часов. За сколько часов лодка преодолеет это расстояние по течению?

   Ответ: _____

5. Прочитайте задачу: «На строительстве железной дороги работали две бригады. Первая бригада ежедневно прокладывала на 40 м больше второй и проложила 270 м пути. Вторая бригада работала на 2 дня больше первой и проложила 250 м. Сколько дней работала каждая бригада?»

Пусть x дней работала первая бригада. Выберите уравнение, соответствующее условию задачи.

1) $\frac{270}{x+2}-\frac{250}{x}=40$

2) $\frac{270}{x}-\frac{250}{x+2}=40$

3) $\frac{250}{x+2}-\frac{270}{x}=40$

4) $\frac{250}{x-2}-\frac{270}{x}=40$

Тренировочные задания

6. Прочитайте задачу: «Расстояние между двумя причалами по реке равно 12 км. На путь от одного причала до другого против течения моторная лодка затратила на 1 час больше, чем на обратный путь по течению. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки 1 км/ч.»
Пусть x км/ч — собственная скорость лодки. Выберите уравнение, соответствующее условию задачи.

1) $12(x-1)-1=12(x+1)$

2) $\frac{12}{x-1}-\frac{12}{x+1}=1$

3) $\frac{12}{x+1}-\frac{12}{x-1}=1$

4) $12(x+1)-12(x-1)=1$

7. Прочитайте задачу: «Две бригады должны были изготовить по 180 книжных полок. Первая бригада в час изготавливала на 3 полки больше, чем вторая, и поэтому закончила работу на 3 часа раньше. Сколько полок в час изготавливала вторая бригада?»
Выберите уравнение, соответствующее условию задачи, если буквой x обозначено количество полок, изготавливаемое второй бригадой за 1 час.

1) $\frac{180}{x+3}-\frac{180}{x}=3$

2) $\frac{180}{x-3}-\frac{180}{x}=3$

3) $\frac{180}{x}-\frac{180}{x+3}=3$

4) $\frac{180}{x}-\frac{180}{x-3}=3$

Зачетные задания

8. Прочитайте задачу: «От турбазы до станции турист доехал на велосипеде за 5 часов. На мопеде он смог бы проехать это расстояние за 3 часа. Известно, что на мопеде он едет со скоростью на 8 км/ч большей, чем на велосипеде. Какое расстояние (в км) от турбазы до станции?»
Выберите уравнение, соответствующее условию задачи, если буквой x обозначено расстояние (в км) от турбазы до станции.

1) $\frac{x}{5}-\frac{x}{3}=8$
2) $5(x-8)=3x$
3) $5x=3(x+8)$
4) $\frac{x}{3}-\frac{x}{5}=8$

9. Прочитайте задачу: «Моторная лодка плыла 5 часов против течения и 2 часа по течению. Всего она проплыла 50 км. Найдите собственную скорость моторной лодки, если скорость течения реки 2 км/ч».
Выберите уравнение, соответствующее условию задачи, если буквой x обозначена собственная скорость лодки (в км/ч).

1) $\frac{x+2}{5}+\frac{x-2}{2}=40$
2) $5(x-2)+2(x+2)=50$
3) $(5+2)\cdot\frac{(x+2)+(x-2)}{2}=50$
4) $5(x+2)+2(x-2)=50$

10. Прочитайте задачу: «Две бригады должны были изготовить по 180 книжных полок. Первая бригада в час изготавливала на 2 полки больше, чем вторая, и поэтому закончила работу на 1 час раньше. Сколько полок в час изготавливала первая бригада?»
Выберите уравнение, соответствующее условию задачи, если буквой x обозначено количество полок, изготавливаемое первой бригадой за 1 час.

1) $\frac{180}{x+2}-\frac{180}{x}=1$
2) $\frac{180}{x-2}-\frac{180}{x}=1$
3) $\frac{180}{x}-\frac{180}{x+2}=1$
4) $\frac{180}{x}-\frac{180}{x-2}=1$

Задача 12

Подготовительные задания

1. Решите неравенство $x + 2{,}6 < 0$.

1) $x < 2{,}6$
2) $x > -2{,}6$
3) $x < -2{,}6$
4) $x > 2{,}6$

2. Решите неравенство $3x - 4{,}2 > 0$.

1) $x < 4{,}2$
2) $x > 1{,}4$
3) $x > 4{,}2$
4) $x < -1{,}4$

3. Решите неравенство $-7x + 21 > 0$.

1) $x > -3$
2) $x > 3$
3) $x < -3$
4) $x < 3$

4. Решите неравенство $-11x - 13 \leqslant 0$.

1) $x < \frac{13}{11}$
2) $x \geqslant \frac{13}{11}$
3) $x \leqslant -\frac{13}{11}$
4) $x \geqslant -\frac{13}{11}$

5. Решите неравенство $3x + 7 \geqslant 5$.

1) $x \geqslant \frac{2}{3}$
2) $x \geqslant -\frac{2}{3}$
3) $x \leqslant \frac{2}{3}$
4) $x \leqslant -\frac{2}{3}$

Тренировочные задания

6. Решите неравенство $5x - 6 \leqslant x$.

1) $x \geqslant 1$
2) $x \geqslant \frac{3}{2}$
3) $x \leqslant \frac{3}{2}$
4) $x \leqslant -1$

7. Решите неравенство $7 - 3x < 2x + 5$.

1) $x > \frac{2}{5}$
2) $x < \frac{2}{5}$
3) $x > 2$
4) $x < -2$

Зачетные задания

8. Решите неравенство $2 - 3(7 - x) \geqslant 5$.

1) $x \geqslant -8$
2) $x \geqslant 8$
3) $x \leqslant -\frac{7}{3}$
4) $x \geqslant \frac{7}{3}$

9. Решите неравенство $10 - 5(x - 3) \geqslant 7x$.

1) $x \leqslant \frac{25}{12}$
2) $x \leqslant \frac{12}{7}$
3) $x \leqslant \frac{7}{2}$
4) $x \geqslant \frac{7}{2}$

10. Решите неравенство $2(5x - 3) - 8x < 3$.

1) $x < 0$
2) $x > 6$
3) $x > \frac{5}{3}$
4) $x < \frac{9}{2}$

Задача 13

Подготовительные задания

1. Решите неравенство $x^2 - 4 > 0$.

1) $(-\infty, -4) \cup (4; +\infty)$
2) $(-4, 4)$
3) $(-\infty, -2) \cup (2; +\infty)$
4) $(-2, 2)$

2. Решите неравенство $x^2 + 5x < 0$.

1) $(-\infty, -5)$
2) $(-5, +\infty)$
3) $(-\infty, -5) \cup (0; +\infty)$
4) $(-5, 0)$

3. Решите неравенство $-\dfrac{x-7}{x+1} < 0$.

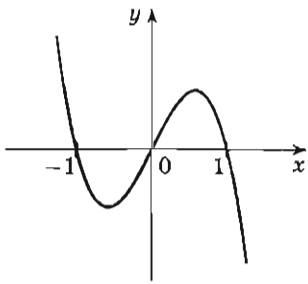
1) $(-\infty, -1) \cup (7; +\infty)$
2) $(-1, 7)$
3) $(-\infty, -1)$
4) $(7, +\infty)$

4. Решите неравенство $\dfrac{(x-6)(8-2x)}{x-4} < 0$.

1) $(-\infty, 4) \cup (6; +\infty)$
2) $(4, 6)$
3) $(-\infty, 4)$
4) $(6; +\infty)$

5. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Решите неравенство $f(x) > 0$.

1) $(-\infty, -1) \cup (1; +\infty)$
2) $(-\infty, -1) \cup (0; 1)$
3) $(-1, 0) \cup (1; +\infty)$
4) $(-\infty, 0) \cup (1; +\infty)$



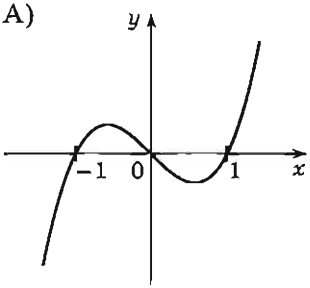
Тренировочные задания

6. Решите неравенство $(x+3)^2-9>0$.

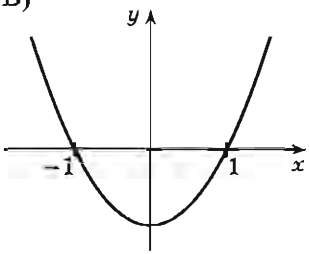
1) $(-\infty, -3)\cup(3; +\infty)$
2) $(-3, 3)$
3) $(-\infty, -6)\cup(0; +\infty)$
4) $(-6, 0)$

7. Каждому из трех предложенных графиков функции $y=f(x)$ сопоставьте решение неравенства $f(x)>0$.

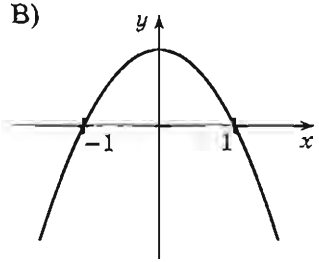
А)



Б)



В)



1) $(-\infty, -1)\cup(1; +\infty)$
2) $(-1, 0)\cup(1; +\infty)$
3) $(-1, 1)$

Зачетные задания

8. Решите неравенство $(x-3)(x+4)(x+1)<0$.

1) $(-\infty, -4) \cup (-1; 3)$
2) $(-4, -1) \cup (3; +\infty)$
3) $(3; +\infty)$
4) $(-\infty, -4)$

9. Решите неравенство $\dfrac{(x+4)(6-2x)}{x-3}<0$.

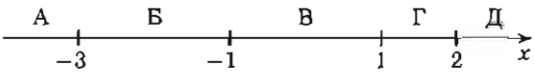
1) $(-\infty, -4) \cup (3; +\infty)$
2) $(-4, 3)$
3) $(-\infty, -4)$
4) $(-4; 3) \cup (3; +\infty)$

10. Укажите, в каких промежутках функция

$$y = (x+3)(x+1)(x-1)(x-2)$$

принимает положительные значения.

1) А, Г
2) А, Д
3) А, В, Д
4) Б, Г



Задача 14

Подготовительные задания

1. Найдите 15-й член последовательности (a_n), если $a_n = 2n - 8$.

Ответ: _____

2. Последовательность (b_n) задана условием: $b_n = 3n - 4$. Отметьте число, которое не является членом последовательности.

1) 56 2) 77 3) 91 4) 101

3. Арифметическая прогрессия (a_n) задана условиями: $a_1 = 4$, $a_{n+1} = a_n + 5$. Найдите a_5.

Ответ: _____

4. Геометрическая прогрессия (b_n) задана условиями: $b_1 = 3$, $b_{n+1} = 4b_n$. Найдите b_4.

Ответ: _____

5. Каждой последовательности, заданной условиями (левый столбец), проставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

А) $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{4}{a_n}$	1) Последовательность — арифметическая прогрессия
Б) $y_1 = 1$, $y_{n+1} = 4y_n$	2) Последовательность — геометрическая прогрессия
В) $x_1 = 1$, $x_{n+1} = 4 + x_n$	3) Последовательность не является ни арифметической, ни геометрической прогрессией

Ответ:

А	Б	В

Тренировочные задания

6. Арифметическая прогрессия (a_n) задана условиями: $a_1 = 7$, $a_{n+1} = a_n - 2$. Найдите $\frac{a_6}{a_5}$.

Ответ: _____

7. Геометрическая прогрессия (b_n) задана условиями: $b_1 = 48$, $b_{n+1} = \frac{1}{2}b_n$. Найдите $b_5 - b_4$.

Ответ: _____

Зачетные задания

8. Последовательность (x_n) задана условиями: $x_1 = a$, $x_{n+1} = 5x_n$. Выберите верное утверждение.

1) (x_n) — арифметическая прогрессия, если $a = 3$

2) (x_n) — геометрическая прогрессия, если $a = 0$

3) (x_n) — арифметическая прогрессия, если $a = 0$

4) Утверждения 1–3 верные

9. Про арифметическую прогрессию (x_n) известно, что $x_8 = 15$, $x_9 = 18$. Про геометрическую прогрессию (y_n) известно, что $y_3 = 32$, $y_4 = 64$. Про последовательность (z_n) известно, что $z_1 = 4$, $z_{n+1} = \frac{8}{z_n}$. Число 2 является

1) членом последовательности (x_n)

2) членом последовательности (y_n)

3) членом последовательности (z_n)

4) членом последовательностей (x_n), (y_n), (z_n)

10. Каждой последовательности, заданной условиями (левый столбец), проставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

А) $a_1 = 2,\ a_{n+1} = 5a_n$

Б) $y_1 = 2,\ y_{n+1} = 5 - y_n$

В) $x_1 = 2,$
$x_{n+1} = 32 + x_n$

1) Последовательность — арифметическая прогрессия

2) Последовательность — геометрическая прогрессия

3) Последовательность не является ни арифметической, ни геометрической прогрессией

Ответ:

А	Б	В

Задача 15

Подготовительные задания

1. Чему равно значение функции $y = kx + b$ при $x = 0$?

   1) 0 2) k 3) b 4) $k + b$

2. Прямая $y = kx + 4$ проходит через точку (1, 1). Чему равно k?

   Ответ: _____

3. Сопоставьте значениям переменной соответствующие значения функции $y = ax^2 + bx + c$.

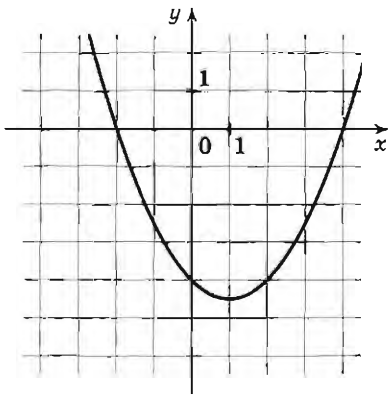
   А) $x = 0$
   Б) $x = 1$
   В) $x = -1$

   1) 0
   2) $a - b + c$
   3) c
   4) $a + b + c$

   Ответ:

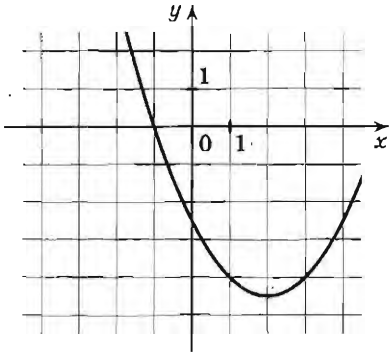
А	Б	В

4. На рисунке изображен график функции $y = ax^2 + bx + c$. Чему равно c?



Ответ: _____

5. На рисунке изображен график функции $y = ax^2 + bx + c$. Чему равно $\frac{-b}{2a}$?



Ответ: _____

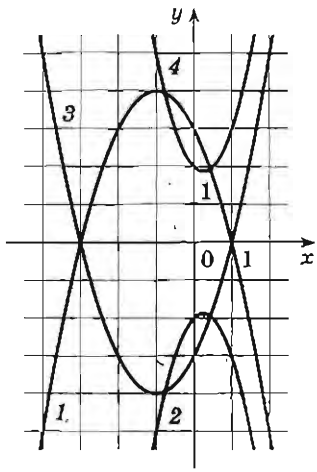
Тренировочные задания

6. Каждой из трех квадратичных функций сопоставьте график, изображенный на рисунке.

А) $y = x^2 + 2x - 3$

Б) $y = -x^2 - 2x + 3$

В) $y = 2x^2 - x + 2$



Ответ:

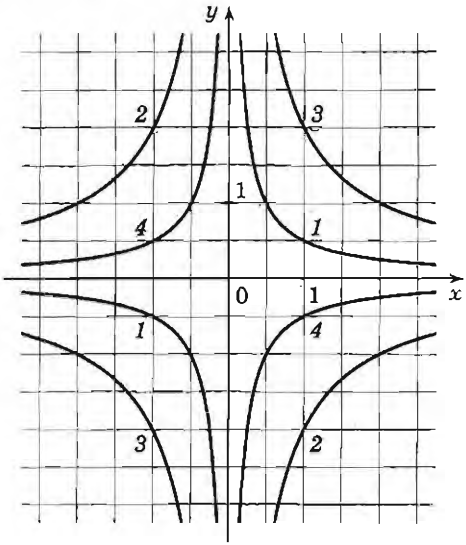
А	Б	В

7. Каждой из трех дробно-линейных функций сопоставьте график, изображенный на рисунке.

А) $y = \frac{2}{x}$

Б) $y = -\frac{2}{x}$

В) $y = \frac{1}{2x}$

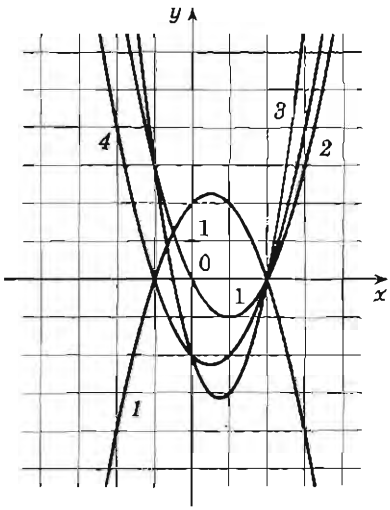


Ответ:

А	Б	В

Зачетные задания

8. Какая из парабол является графиком функции $y = x^2 - x - 2$?



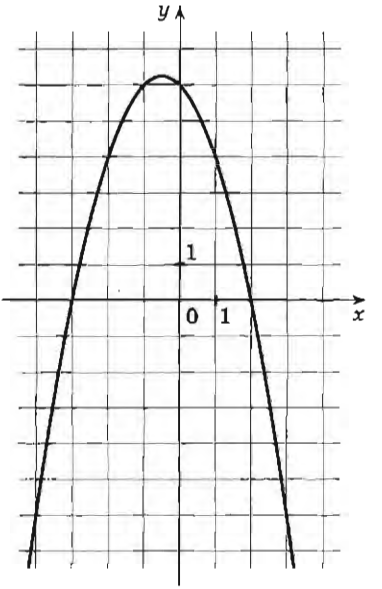
9. График какой квадратичной функции изображен на рисунке?

1) $y = x^2 + x - 6$

2) $y = -x^2 - x + 6$

3) $y = -x^2 + x + 6$

4) $y = x^2 - x - 6$



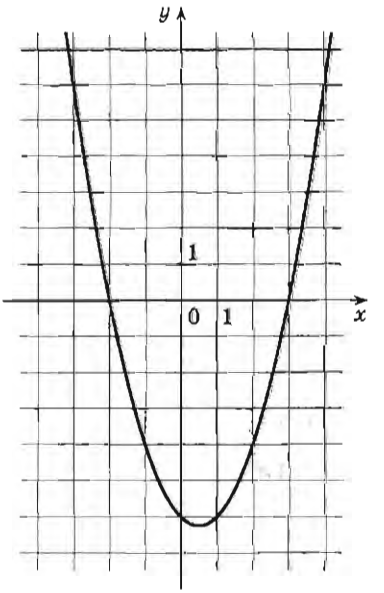
10. График какой квадратичной функции изображен на рисунке?

1) $y = -x^2 - x + 6$

2) $y = x^2 + x - 6$

3) $y = x^2 - x - 6$

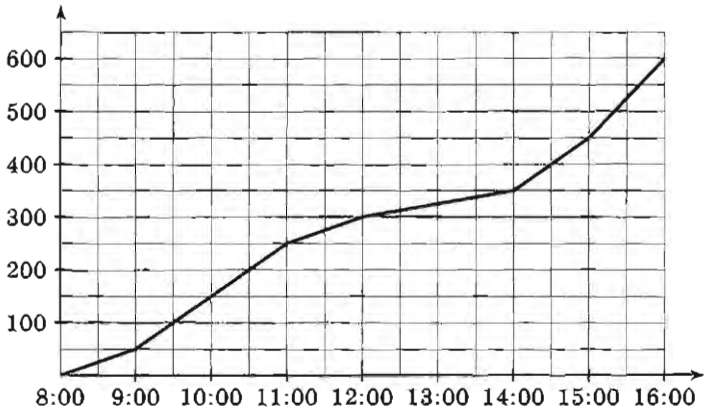
4) $y = -x^2 + x + 6$



Задача 16

Подготовительные задания

На графике показано количество деталей, изготовленных на станке с начала рабочего дня (8:00) за смену (8 часов), по горизонтали отложено время, по вертикали — количество деталей.



1. Сколько деталей было выпущено за первый час смены?

   Ответ: _____

2. Сколько деталей было выпущено за период с 11:00 до 14:00?

   Ответ: _____

3. Через сколько часов после начала смены было выпущено 100 деталей?

   Ответ: _____

4. За какой интервал времени было выпущено меньше всего деталей?

   1) 10:00–11:00

   2) 11:00–13:00

   3) 12:00–14:00

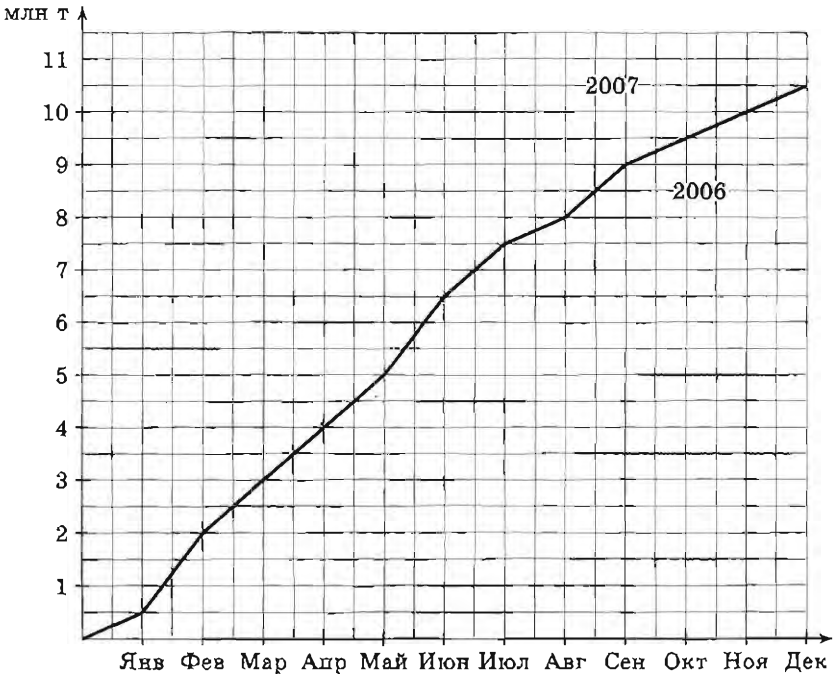
   4) 14:00–15:30

5. За какое время с начала смены была изготовлена треть от всех изготовленных за смену деталей?

Ответ: _____

Тренировочные задания

На графике показано, сколько воды было израсходовано в Москве в 2006 и 2007 годах. По горизонтальной оси отмечены месяцы, а по вертикальной — количество воды, потраченное с начала года.



6. Сколько миллионов тонн воды было израсходовано в Москве за первые 4 месяца 2006 года?

Ответ: _____

7. Сколько миллионов тонн воды было израсходовано в Москве за три весенних месяца (март, апрель, май) 2007 года?

Ответ: _____

Зачетные задания

8. Сколько миллионов тонн воды было израсходовано в Москве зимой (декабрь, январь, февраль) 2006–2007 годов?

   Ответ: _____

9. Сколько миллионов тонн воды было израсходовано в Москве за первые полгода в 2006 и 2007 годах вместе?

10. В каком году и на сколько тонн воды больше было израсходовано в Москве за февраль?

    Ответ: _____

Диагностическая работа №2

1. Расположите в порядке возрастания числа: $-3{,}23$; $-3{,}2$; $-3{,}03$; $-3{,}203$

   1) $-3{,}03$; $-3{,}2$; $-3{,}203$; $-3{,}23$

   2) $-3{,}03$; $-3{,}203$; $-3{,}2$; $-3{,}23$

   3) $-3{,}23$; $-3{,}2$; $-3{,}203$; $-3{,}03$

   4) $-3{,}23$; $-3{,}203$; $-3{,}2$; $-3{,}03$

2. Какое из чисел $\sqrt{144000}$, $\sqrt{14{,}4}$, $\sqrt{0{,}0144}$ является рациональным?

   1) $\sqrt{144000}$ 3) $\sqrt{0{,}0144}$

   2) $\sqrt{14{,}4}$ 4) ни одно из этих чисел

3. Человек в среднем должен потреблять 2000 ккал в сутки, энергетическая ценность стакана апельсинового сока около 220 ккал. Какой процент от суточной нормы потребления энергии содержится в одном стакане апельсинового сока?

   1) 1% 2) 11% 3) 88% 4) 8%

4. Вычислите значение выражения $\frac{a+b}{b-c}$ при $a=5{,}3$; $b=-2{,}9$; $c=3{,}1$.

   Ответ: _____

5. Найдите плотность тела (в кг/м^3), если его масса равна 2,5 тонны, а его объем — 5 м^3.

   Ответ: _____

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

   1) $(x-y)(-4)=4y+4x$ 3) $(y-x)(x+y)=y^2-x^2$

   2) $(x-2)^2=x^2-4$ 4) $(x-y)(x+y)=x^2-xy-y^2$

7. Упростите выражение $\frac{2}{3x} - \frac{3}{11x}$

1) $\frac{13}{33x}$ 2) $\frac{1}{8x}$ 3) $8x$ 4) $\frac{19}{33x}$

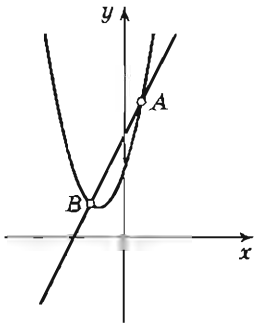
8. Найдите частное $\frac{12{,}1 \cdot 10^{-5}}{0{,}11 \cdot 10^{-3}}$. Ответ запишите в виде десятичной дроби.

Ответ: _____

9. Решите уравнение $7 - 5x = 8 + 3(4 - x)$

Ответ: _____

10. Прямая $y = 2x + 3$ пересекает параболу $y = 2x^2 + 3x + 2$ в двух точках. Вычислите координаты точки B.



Ответ: _____

11. Прочитайте задачу: «От турбазы до станции турист доехал на велосипеде за 5 ч. На мопеде он смог бы проехать это расстояние за 3 ч. Известно, что на мопеде он едет со скоростью на 8 км/ч большей, чем на велосипеде. Определите скорость, с которой ехал турист на мопеде (в км/ч)?» Выберите уравнение, соответствующее условию задачи, если буквой x обозначена скорость (в км/ч), с которой ехал турист на мопеде.

1) $\frac{x}{5} - \frac{x}{3} = 8$ 3) $5x = 3(x + 8)$

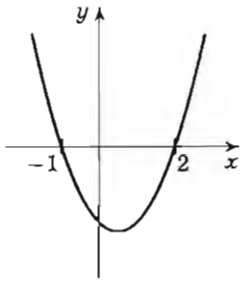
2) $5(x - 8) = 3x$ 4) $\frac{x}{3} - \frac{x}{5} = 8$

12. Решите неравенство $13 \geqslant 17 - 5(2 - x) - 4x$.

1) $x \geqslant 6$
2) $x \geqslant \frac{2}{3}$
3) $x \leqslant \frac{2}{3}$
4) $x \leqslant 6$

13. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Решите неравенство $f(x) < 0$.

1) $(2; +\infty)$
2) $(-\infty, -1)$
3) $(-\infty, -1) \cup (2; +\infty)$
4) $(-1, 2)$



14. Каждой последовательности, заданной условиями (левый столбец), проставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

А) $a_n = n \cdot 2^n$	1) Последовательность — арифметическая прогрессия
Б) $b_n = 5n + 2$	2) Последовательность — геометрическая прогрессия
В) $c_n = 5 \cdot 2^{n+1}$	3) Последовательность не является ни арифметической, ни геометрической прогрессией

Ответ:

А	Б	В

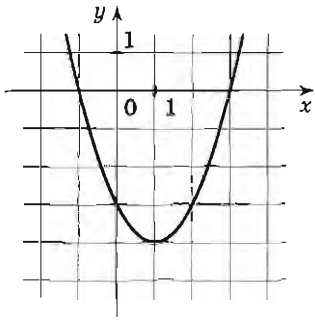
15. График какой квадратичной функции изображен на рисунке?

1) $y = x^2 - 2x - 3$

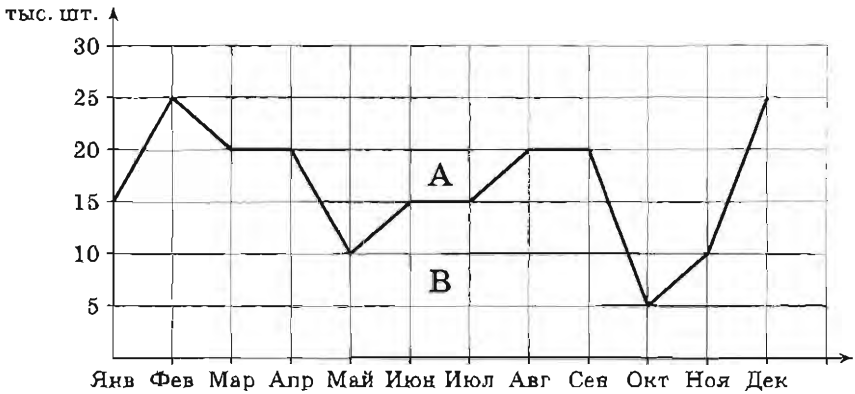
2) $y = -x^2 + 2x + 3$

3) $y = x^2 + 2x - 3$

4) $y = -x^2 - 2x + 3$



16. На графике показано количество автомобилей марки А и марки В, проданных за год. По горизонтали отложены месяцы, по вертикали количество автомобилей, проданных за месяц в тысячах штук.



Автомобилей какой из марок было больше продано за 4 месяца: май, июнь, июль и август и на сколько?

Ответ: _____

Диагностическая работа №3

1. Расположите в порядке возрастания числа: $-16{,}7$; $-17{,}6$; $-17{,}06$; $-17{,}76$

1) $-16{,}7$; $-17{,}6$; $-17{,}06$; $-17{,}76$

2) $-16{,}7$; $-17{,}06$; $-17{,}6$; $-17{,}76$

3) $-17{,}76$; $-17{,}6$; $-17{,}06$; $-16{,}7$

4) $-17{,}76$; $-17{,}06$; $-17{,}6$; $-16{,}7$

2. Какое из чисел $\sqrt{16900}$, $\sqrt{1690}$, $\sqrt{0{,}169}$ является рациональным?

1) $\sqrt{16900}$

2) $\sqrt{1690}$

3) $\sqrt{0{,}169}$

4) ни одно из этих чисел

3. Суточная норма потребления белков составляет 73 грамма. Один стакан молока в среднем содержит 5 грамм белков. Сколько примерно процентов от суточной нормы потребления белков получит человек, выпив стакан молока?

1) 7% 2) 0,7% 3) 14,5% 4) 1,45%

4. Вычислите значение выражения $\frac{a}{b-c}$ при $a=3{,}9$; $b=5{,}9$; $c=0{,}7$.

Ответ: _____

5. Сколько стоит килограмм картошки, если двадцатипятикилограммовый мешок картошки по такой же цене можно купить за 750 рублей?

Ответ: _____

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $(x-2y)^2 = x^2 - 4xy + 4y^2$

2) $(2-x)(x-2) = x^2 - 4$

3) $-5(y-x) = -5y - 5x$

4) $-7(x+3) = 21 - 7x$

7. Упростите выражение $\frac{5}{13x} - \frac{2}{3x}$

1) $\frac{1}{13x}$ 2) $\frac{1}{13x^2}$ 3) $-\frac{11}{39x^2}$ 4) $-\frac{11}{39x}$

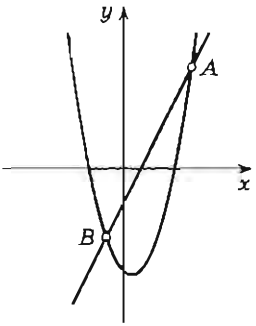
8. Найдите частное $\frac{6{,}3 \cdot 10^{-6}}{0{,}3 \cdot 10^{-8}}$. Ответ запишите в виде целого числа или десятичной дроби.

Ответ: _____

9. Решите уравнение $-3(2 - x) = 7(x + 3) - 11$

Ответ: _____

10. Прямая $y = 2x - 1$ пересекает параболу $y = 2x^2 - x - 3$ в двух точках. Вычислите координаты точки A.



Ответ: _____

11. Прочитайте задачу: «Теплоход прошел по течению реки 24 км и столько же обратно, затратив на весь путь 7 ч. Определите собственную скорость теплохода, если скорость течения реки 1 км/ч.»
Выберите уравнение, соответствующее условию задачи, если буквой x обозначена собственная скорость теплохода (в км/ч).

1) $\frac{24}{x+1} + \frac{24}{x-1} = 7$ 3) $7 \cdot ((x+1) + (x-1)) = 24 \cdot 2$

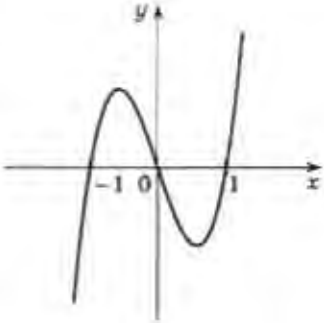
2) $\frac{24}{1-x} + \frac{24}{1+x} = 7$ 4) $3{,}5(x+1) + 3{,}5(x-1) = 24$

12. Решите неравенство $3 < 8x - 5(3x - 2) + 4$.

1) $x < -\frac{3}{7}$
2) $x > \frac{9}{7}$
3) $x < \frac{11}{7}$
4) $x > -\frac{3}{7}$

13. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Решите неравенство $f(x) > 0$.

1) $(-\infty, -1) \cup (1; +\infty)$
2) $(-\infty, -1) \cup (0; 1)$
3) $(-1, 0) \cup (1; +\infty)$
4) $(-\infty, 0) \cup (1; +\infty)$



14. Каждой последовательности, заданной условиями (левый столбец), проставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

А) $a_1 = 3$, $a_{n+1} = -a_n$

Б) $b_1 = 2$, $b_{n+1} = \frac{5}{b_n}$

В) $c_1 = 2$, $c_{n+1} = 7 + c_n$

1) Последовательность — арифметическая прогрессия

2) Последовательность — геометрическая прогрессия

3) Последовательность не является ни арифметической, ни геометрической прогрессией

Ответ:

А	Б	В

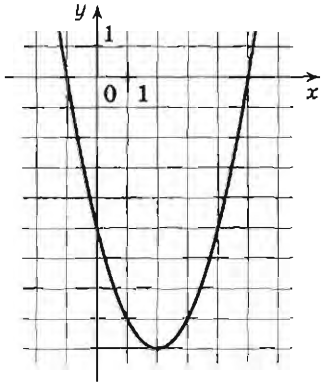
15. График какой квадратичной функции изображен на рисунке?

1) $y = -x^2 + 4x + 5$

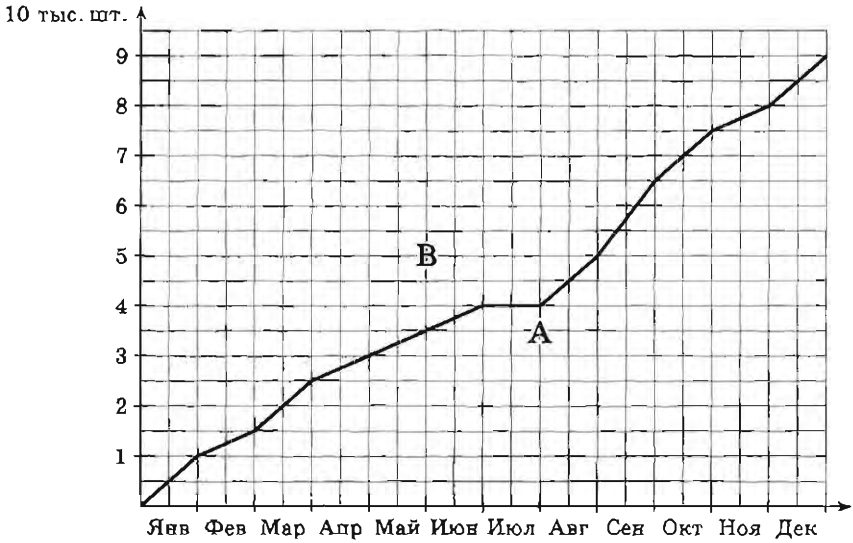
2) $y = x^2 - 4x - 5$

3) $y = -x^2 - 6x - 5$

4) $y = x^2 + 6x + 5$



16. На графике показано количество автомобилей марки А и марки В, проданных за год. По горизонтали отложены месяцы, по вертикали количество автомобилей, проданных с начала года в десятках тысяч штук.



Сколько автомобилей обеих марок было продано за три весенних месяца (март, апрель, май)?

Ответ: _____

Тематические задания
Комплект 2

Задача 1

Подготовительные задания

1. Расположите в порядке убывания числа: 305; 3,05; 35; 30,5.

   1) 3,05; 30,5; 35; 305

   2) 3,05; 35; 30,5; 305

   3) 305; 35; 30,5; 3,05

   4) 30,5; 305; 35; 3,05

2. Расположите в порядке возрастания числа: 4; −5; −8; 7.

   1) −8; −5; 4; 7

   2) 7; −5; 4; −8

   3) 7; 4; −5; −8

   4) −5; −8; 4; 7

3. Расположите в порядке убывания числа: 74; −75; −72; 78.

   1) −72; 74; −75; 78

   2) 78; 74; −72; −75

   3) −72; −75; 74; 78

   4) 78; −75; 74; −72

4. Найдите наибольшее из чисел: −0,131; −0,13; −0,103.

   Ответ: _____

5. Найдите наименьшее из чисел: −0,131; −0,13; −0,103.

   Ответ: _____

Тренировочные задания

6. Вычислите разность 11,011 − 11,01.

   Ответ: _____

7. Вычислите разность 10,101 – 10,111.

Ответ: _____

Зачетные задания

8. Найдите второе по величине число из: 1,052; –1,052; –1,52; 1,52; 1,502.

Ответ: _____

9. Расположите в порядке возрастания числа: 3,04; 3,4; 3,34; 3,43.

1) 3,04; 3,34; 3,43; 3,4

2) 3,04; 3,34; 3,4; 3,43

3) 3,43; 3,4; 3,34; 3,04

4) 3,34; 3,04; 3,4; 3,43

10. Расположите в порядке убывания числа: 5,04; –5,4; –5,04; 5,4.

1) –5,4; –5,04; 5,04; 5,4

2) 5,4; –5,4; 5,04; –5,04

3) 5,4; 5,04; –5,04; –5,4

4) –5,04; 5,04; 5,4; –5,4

Задача 2

Подготовительные задания

1. Выделите те из чисел, которые являются рациональными:

$$0,\ 1,\ \frac{2}{3},\ \frac{\sqrt{2}}{3},\ \frac{6}{4},\ \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}},\ -\frac{2}{3},\ \sqrt{4},$$

$$\sqrt{49},\ \sqrt{0{,}1},\ \sqrt{4{,}9},\ \sqrt{\frac{4}{9}},\ -\sqrt{\frac{4}{9}}$$

Ответ: _____

2. Чему равно $0{,}07^2$?

Ответ: _____

3. Чему равно 90^2?

Ответ: _____

4. Чему равно $1{,}7^2$?

Ответ: _____

5. Чему равно $\sqrt{5{,}3^2}$?

Ответ: _____

Тренировочные задания

6. Чему равно $\sqrt{0{,}0064}$?

Ответ: _____

7. Чему равно $\sqrt{4900}$?

Ответ: _____

Зачетные задания

8. Какое из чисел $\sqrt{160}$, $\sqrt{1,6}$, $\sqrt{0,0016}$ является рациональным?

1) $\sqrt{160}$

2) $\sqrt{1,6}$

3) $\sqrt{0,0016}$

4) ни одно из этих чисел

Ответ: _____

9. Какое из чисел $\sqrt{25000}$, $\sqrt{250}$, $\sqrt{2,5}$ является рациональным?

1) $\sqrt{25000}$

2) $\sqrt{250}$

3) $\sqrt{2,5}$

4) ни одно из этих чисел

10. Какое из чисел $\sqrt{12100}$, $\sqrt{1210}$, $\sqrt{0,121}$ является рациональным?

1) $\sqrt{12100}$

2) $\sqrt{1210}$

3) $\sqrt{0,121}$

4) ни одно из этих чисел

Задача 3

Подготовительные задания

1. Найдите 1% от числа 78.

   Ответ: _____

2. Найдите 18% от числа 30.

   Ответ: _____

3. Сколько процентов от 450 составляет 99?

   Ответ: _____

4. Найдите число, 70% от которого составляет 63.

   Ответ: _____

5. Какое число получится, если 310 увеличить на 27%?

   Ответ: _____

Тренировочные задания

6. На сколько процентов нужно увеличить число 60, чтобы получить 150?

   Ответ: _____

7. На сколько процентов 60 меньше, чем 150?

   Ответ: _____

Зачетные задания

8. Обед из трех блюд стоит 120 рублей, а котлета стоит 35 рублей. Сколько процентов от общей стоимости обеда составляет стоимость котлеты (ответ округлите до целого числа)?

   Ответ: _____

9. Человек в среднем должен потреблять 2000 ккал в сутки, энергетическая ценность стакана газированной воды 180 ккал. Какой процент от суточной нормы потребления энергии содержится в одном стакане газированной воды?

Ответ: _____

10. Суточная норма потребления жиров составляет 67 грамм. Пирожок в среднем содержит 18% от дневной нормы потребления жиров. Какое наибольшее целое количество пирожков можно съесть, чтобы не превысить дневную норму потребления жиров?

Ответ: _____

Задача 4

Подготовительные задания

1. Вычислите значение выражения $a(b + c)$ при $a = -3$; $b = -2$; $c = 5$.

   Ответ: _____

2. Вычислите значение выражения $\frac{b+c}{a}$ при $a = 4$; $b = -3$; $c = 10$.

   Ответ: _____

3. Вычислите значение выражения $(a - b) \cdot c$ при $a = 2{,}9$; $b = -1{,}7$; $c = 0{,}6$.

   Ответ: _____

4. Вычислите значение выражения $\frac{a-c}{b}$ при $a = -1{,}3$; $b = 4{,}4$; $c = 4{,}2$.

   Ответ: _____

5. Вычислите значение выражения $\frac{a \cdot c}{b+c}$ при $a = -5{,}7$; $b = 0{,}7$; $c = 1{,}2$.

   Ответ: _____

Тренировочные задания

6. Вычислите значение выражения $\frac{a}{b-c}$ при $a = 5{,}1$; $b = 3{,}1$; $c = 4{,}8$.

   Ответ: _____

7. Вычислите значение выражения $\frac{a-c}{b}$ при $a = 2{,}3$; $b = 5{,}5$; $c = -4{,}3$.

   Ответ: _____

Зачетные задания

8. Вычислите значение выражения $\frac{a-b}{c-b}$ при $a=4{,}2$; $b=3{,}1$; $c=5{,}1$.

Ответ: _____

9. Вычислите значение выражения $\frac{(a-c)\cdot b}{c-a}$ при $a=-2{,}5$; $b=2{,}9$; $c=3{,}9$.

Ответ: _____

10. Вычислите значение выражения $\frac{a}{b+c}$ при $a=8{,}4$; $b=1{,}9$; $c=-2{,}5$.

Ответ: _____

Задача 5

Подготовительные задания

1. Сколько секунд содержится в 15 минутах?

   Ответ: _____

2. Сколько кубических сантиметров содержится в 1 $м^3$?

   Ответ: _____

3. Установите соответствие между равными величинами.

   А) 0,3 км 1) 3 м

   Б) 30 дм 2) 0,03 м

   В) 3 см 3) 300 м

   Ответ:

А	Б	В

4. Поезд едет со скоростью 50 км/ч. Какое расстояние он проезжает за 90 минут?

   Ответ: _____

5. Плотность тела равна 700 кг/$м^3$, а его объем равен 3 $м^3$. Найдите его массу.

   Ответ: _____

Тренировочные задания

6. Завод производит 48 тонн гвоздей в год. Сколько в среднем килограмм гвоздей производится на заводе ежемесячно?

   Ответ: _____

7. Литровый пакет молока стоит около 50 рублей. Какова стоимость стакана молока (стакан содержит примерно 1/5 литра)?

   Ответ: _____

Зачетные задания

8. Пешеход идет со скоростью 1,5 м/с. Сколько метров он пройдет за 5 минут?

Ответ: _____

9. Плотность воды 1 кг/л. Какова плотность воды в граммах на $см^3$?

Ответ: _____

10. Время реакции водителя в среднем равно 0,5 секунды. Сколько примерно метров проедет машина, движущаяся со скоростью 20 км/ч, прежде чем водитель успеет среагировать на перебегающего дорогу пешехода?

1) 3 2) 6 3) 0,3 4) 60

Задача 6

Подготовительные задания

1. Преобразуйте выражение $(a-b)(c-d)$.

1) $ac+bd$
2) $ac-bd$
3) $ac-bc-ad+bd$
4) $ac-bc+d$

2. Преобразуйте выражение $-5(7-x)$.

1) $5x-35$
2) $-35-5x$
3) $x-35$
4) $5x+35$

3. Преобразуйте выражение $-8(x+y)$.

1) $8y-8x$
2) $y-8x$
3) $-8y-8x$
4) $8y-x$

4. Преобразуйте выражение $-x(x-9)$.

1) x^2+9
2) $9x-x^2$
3) x^2-9x
4) $-9x-x^2$

5. Преобразуйте выражение $(y-x)(y-x)$.

1) x^2+y^2
2) y^2-x^2
3) x^2-y^2
4) $x^2-2xy+y^2$

Тренировочные задания

6. Преобразуйте выражение $(x-5)(5+x)$.

1) x^2-25
2) $25-x^2$
3) x^2-5x
4) $x^2-10x+25$

7. Преобразуйте выражение $(-x-1)(-y-5)$.

1) $x^2+5x-y-5$
2) $xy+5x+y+5$
3) $xy-x+5y-5$
4) $xy-5x+y-5$

Зачетные задания

8. Преобразуйте выражение $(x-2y)^2$.

1) x^2-2y^2
2) x^2-4y^2
3) $x^2-4xy+y^2$
4) $x^2-4xy+4y^2$

9. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $-3(y-x)=3x+3y$
2) $(x-y)\cdot 7=7y-7x$
3) $(x-7y)\cdot 2=2x-14y$
4) $(7x-y)y=y^2-7xy$

10. Преобразуйте выражение $(x-3y)(y+2x)$.

1) $2x^2-3y^2$
2) $2x^2-5xy-3y^2$
3) $2x^2-6xy-3y^2$
4) $3y^2-xy-2x^2$

Задача 7

Подготовительные задания

1. Упростите выражение $\frac{a}{b} - \frac{c}{d}$.

1) $\frac{ad - bc}{bd}$
2) $\frac{ad - bc}{b - d}$
3) $\frac{a - c}{b - d}$
4) $\frac{a - c}{bd}$

2. Вычислите значение $\frac{3}{4} - \frac{7}{12}$.

1) $-\frac{1}{2}$
2) $\frac{1}{24}$
3) $\frac{1}{6}$
4) $-\frac{1}{3}$

3. Вычислите значение $\frac{3}{11} - \frac{9}{22}$.

1) $-\frac{3}{22}$
2) $-\frac{3}{11}$
3) $-\frac{6}{11}$
4) $\frac{6}{11}$

4. Вычислите значение $1\frac{8}{9} + \frac{11}{6}$.

1) $1\frac{13}{15}$
2) $2\frac{1}{2}$
3) $3\frac{1}{3}$
4) $3\frac{13}{18}$

5. Упростите выражение $\frac{6}{11x} - \frac{6}{x}$.

1) 0
2) $5\frac{5}{11x}$
3) $-5\frac{5}{11x}$
4) $-\frac{60}{11x}$

Тренировочные задания

6. Упростите выражение $\frac{8}{19x} \cdot \frac{3}{4x}$.

1) $\frac{6}{19x}$
2) $\frac{6}{19x^2}$
3) $\frac{32}{57}$
4) $\frac{6}{19}x^2$

7. Упростите выражение $\frac{4}{7x} - \frac{4}{11x}$.

1) $\frac{4}{77x^2}$
2) 0
3) $\frac{16}{77x}$
4) $\frac{16}{77x^2}$

Зачетные задания

8. Упростите выражение $\frac{3}{8x} + \frac{4}{11x}$.

1) $\frac{4}{13x}$
2) $-\frac{1}{88x}$
3) $-\frac{1}{8x^2}$
4) $\frac{65}{88x}$

9. Упростите выражение $\frac{95}{33x} - \frac{11}{3x}$.

1) $\frac{14}{5x}$
2) $\frac{28}{11x}$
3) $-\frac{26}{33x}$
4) $\frac{16}{33x^2}$

10. Упростите выражение $\frac{x}{5y} - \frac{x}{7y}$.

1) 0
2) $\frac{2x}{35y}$
3) $\frac{2x}{35y^2}$
4) $-\frac{2x}{35y}$

Задача 8

Подготовительные задания

1. Найдите частное $\frac{9,6}{6}$. Ответ запишите в виде десятичной дроби.

   Ответ: _____

2. Укажите наименьшее из чисел 10^{-7}; 10^{4}; 10^{-3}; 10^{8}.

   1) 10^{-7} 2) 10^{4} 3) 10^{-3} 4) 10^{8}

3. Упростите выражение $\frac{10^{11}}{10^{2}}$.

   1) $10^{5,5}$ 2) 10^{9} 3) 1 4) 9

4. Упростите выражение $10^{13} \cdot 10^{-5}$.

   1) 10^{65} 2) 10^{18} 3) 10^{8} 4) $10^{-2,6}$

5. Упростите выражение $10^{15} \cdot 10^{-5}$.

   1) 10^{10} 2) 10^{3} 3) 10^{-3} 4) 10^{-75}

Тренировочные задания

6. Упростите выражение $\frac{10^{7}}{10^{-6}}$.

   1) $10^{-\frac{7}{6}}$ 2) 10^{-42} 3) 10^{13} 4) 10

7. Упростите выражение $\frac{10^{-9}}{10^{12}}$.

   1) 10^{3} 2) 10^{-21} 3) 10^{-3} 4) $10^{-0,75}$

Зачетные задания

8. Найдите произведение $(0{,}4 \cdot 10^{-6})(2{,}5 \cdot 10^{4})$. Ответ запишите в виде десятичной дроби.

Ответ: _____

9. Найдите частное $\frac{2{,}8 \cdot 10^{-2}}{7 \cdot 10^{-4}}$. Ответ запишите в виде целого числа или десятичной дроби.

Ответ: _____

10. Численность населения государства Тринидад и Тобаго составляет $13{,}2 \cdot 10^{5}$ человек, а его площадь $51{,}3 \cdot 10^{2}$ км^2. Вычислите плотность населения в Тринидаде и Тобаго (в чел./км^2), ответ округлите до целых.

Ответ: _____

Задача 9

Подготовительные задания

1. Корнем какого из уравнений является число 3?

   1) $5(x-3)-3=0$

   2) $3x-5=1-x$

   3) $4x-2=x+7$

   4) $-11(3x-3)=0$

2. Решите уравнение $-3x=51$

   Ответ: _____

3. Решите уравнение $7x+5{,}6=0$

   Ответ: _____

4. Решите уравнение $7x-9=2x$

   Ответ: _____

5. Решите уравнение $-8(12{,}1-11x)=0$

   Ответ: _____

Тренировочные задания

6. Решите уравнение $6{,}1-3x=2x+4{,}1$

   Ответ: _____

7. Решите уравнение $4(2-x)+7(2x-3)=11$

   Ответ: _____

Зачетные задания

8. Решите уравнение $3(5-x)-3{,}7=7{,}5-5x$

   Ответ: _____

9. Решите уравнение $4 - 2(7 - 2x) = 6x + 5$

Ответ: _____

10. Решите уравнение $3(7 - 2x) + 12 = -5(x + 4)$

Ответ: _____

Задача 10

Подготовительные задания

1. Решите уравнение $5x + 4 = 3x - 9$.

   Ответ: _____

2. Решите систему уравнений $\begin{cases} y = -3x - 13, \\ y = 2x - 5. \end{cases}$

   Ответ: _____

3. Найдите координаты точки пересечения прямых $y = 4x + 3$ и $y = -x - 8$.

   Ответ: _____

4. Решите уравнение $x^2 + 4x + 9 = 5x + 21$.

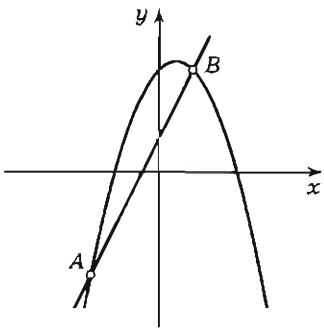
   Ответ: _____

5. Решите систему уравнений $\begin{cases} y = x^2 + 5x - 17, \\ y = 3x + 7. \end{cases}$

   Ответ: _____

Тренировочные задания

6. На рисунке изображены графики функций $y = ax^2 + bx + c$ и $y = 2x + 1$, при этом уравнение $2x + 1 = ax^2 + bx + c$ имеет корни -2 и 1. Найдите координаты точки A.



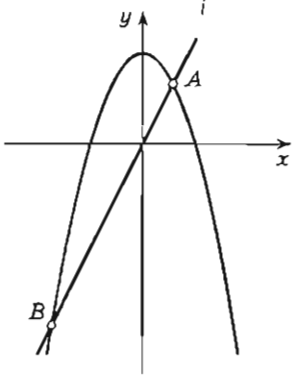
   Ответ: _____

7. Решите систему уравнений $\begin{cases} y = 5x^2 + x - 7, \\ y = 3x^2 - x + 5. \end{cases}$

Ответ: _____

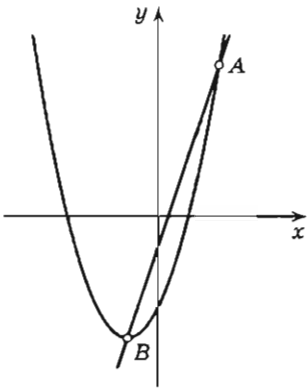
Зачетные задания

8. Прямая $y = 2x$ пересекает параболу $y = -x^2 + 3$ в двух точках. Вычислите координаты точки A.



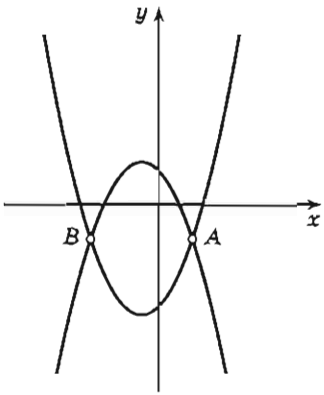
Ответ: _____

9. Прямая $y = 3x - 1$ пересекает параболу $y = x^2 + 2x - 3$ в двух точках. Вычислите координаты точки B.



Ответ: _____

10. Параболы $y = x^2 + x - 3$ и $y = -x^2 - x + 1$ пересекаются в двух точках. Вычислите координаты точки B.



Ответ: _____

Задача 11

Подготовительные задания

1. Спускаясь с горы, велосипедист проехал 36 км за 4 часа. Скорость велосипедиста на спуске с горы на 3 км/ч больше, чем при подъеме в гору. За сколько часов велосипедист поднимется обратно в гору?

   Ответ: _____

2. Прочитайте задачу: «От турбазы до станции турист доехал на велосипеде за 3 часа. Расстояние от турбазы до станции 24 км. На мопеде он смог бы проехать это расстояние за 2 часа. На сколько километров в час скорость велосипеда меньше скорости мопеда?»
   Выберите выражение, соответствующее условию задачи.

   1) $\frac{24}{3} - \frac{24}{2}$
   2) $4 \cdot 24 - 3 \cdot 24$
   3) $\frac{24}{2} - \frac{24}{3}$
   4) $\frac{2}{24} - \frac{3}{24}$

3. Собственная скорость лодки 4 км/ч, скорость течения реки 1 км/ч. Расстояние между двумя пристанями по течению реки лодка преодолевает за 3 часа. Какое расстояние между пристанями (в км)?

   Ответ: _____

4. Собственная скорость лодки 4 км/ч, скорость течения реки 1 км/ч. Расстояние между двумя пристанями против течения реки лодка преодолевает за 5 часов. За сколько часов лодка преодолеет это расстояние по течению?

   Ответ: _____

5. Прочитайте задачу: «На фабрике в первом цехе сшили 320 костюмов, а во втором — 270 костюмов. В первом цехе шили в час на 2 костюма меньше, чем во втором, и работали на 5 часов больше. Сколько костюмов в час шили во втором цехе?»

Пусть x костюмов в час шили во втором цехе. Выберите уравнение, соответствующее условию задачи.

1) $\frac{320}{x-2}-\frac{270}{x}=5$

2) $\frac{320}{x}-\frac{270}{x+2}=5$

3) $\frac{320}{x+2}-\frac{270}{x}=5$

4) $\frac{270}{x-2}-\frac{320}{x}=5$

Тренировочные задания

6. Прочитайте задачу: «Расстояние между двумя причалами по реке равно 12 км. На путь от одного причала до другого и обратно лодка затратила 8 часов. Найдите скорость течения реки, если собственная скорость лодки 4 км/ч.»
Пусть x км/ч — скорость течения реки. Выберите уравнение, соответствующее условию задачи.

1) $12(4-x)+12(4+x)=8$

2) $8\cdot((4-x)+(4+x))=12\cdot 2$

3) $\frac{12}{4+x}+\frac{12}{4-x}=8$

4) $\frac{12}{x+4}+\frac{12}{x-4}=8$

7. Прочитайте задачу: «На фабрике в первом цехе сшили 320 костюмов, а во втором — 270 костюмов. В первом цехе шили в час на 2 костюма меньше, чем во втором, и работали на 5 часов больше. Сколько костюмов в час шили в первом цехе?»
Пусть x костюмов в час шили в первом цехе. Выберите уравнение, соответствующее условию задачи.

1) $\frac{320}{x-2}-\frac{270}{x}=5$

2) $\frac{320}{x}-\frac{270}{x+2}=5$

3) $\frac{320}{x+2}-\frac{270}{x}=5$

4) $\frac{270}{x-2}-\frac{320}{x}=5$

Зачетные задания

8. Прочитайте задачу: «От турбазы до станции турист дойти пешком за 5 часов. На велосипеде он смог бы проехать это расстояние за 2 часа. Известно, что на велосипеде он едет со скоростью на 6 км/ч большей, чем идет пешком. Какое расстояние (в км) от турбазы до станции?»
Выберите уравнение, соответствующее условию задачи, если буквой x обозначено расстояние (в км) от турбазы до станции.

1) $\frac{x}{5}-\frac{x}{2}=6$
2) $5(x-6)=2x$
3) $\frac{x}{2}-\frac{x}{5}=6$
4) $5x=2(x+6)$

9. Прочитайте задачу: «Теплоход прошел по течению реки 40 км и столько же обратно, затратив на весь путь 9 часов. Определите собственную скорость теплохода, если скорость течения реки 1 км/ч.»
Выберите уравнение, соответствующее условию задачи, если буквой x обозначена собственная скорость теплохода (в км/ч).

1) $\frac{40}{x+1}+\frac{40}{x-1}=9$
2) $\frac{40}{1-x}+\frac{40}{1+x}=9$
3) $9\cdot((x+1)+(x-1))=40\cdot 2$
4) $4{,}5(x+1)+4{,}5(x-1)=40$

10. Прочитайте задачу: «На фабрике в первом цехе сшили 320 костюмов, а во втором — 270 костюмов. В первом цехе шили в час на 2 костюма больше, чем во втором, и работали на 1 час больше. Сколько костюмов в час шили в первом цехе?»
Пусть x костюмов в час шили в первом цехе. Выберите уравнение, соответствующее условию задачи.

1) $\frac{320}{x-2}-\frac{270}{x}=1$
2) $\frac{320}{x}-\frac{270}{x-2}=1$
3) $\frac{320}{x+2}-\frac{270}{x}=1$
4) $\frac{270}{x-2}-\frac{320}{x}=1$

Задача 12

Подготовительные задания

1. Решите неравенство $x - 7{,}3 \geqslant 0$.

1) $x \geqslant 7{,}3$
2) $x \geqslant -7{,}3$
3) $x \leqslant -7{,}3$
4) $x \leqslant 7{,}3$

2. Решите неравенство $7x + 8{,}4 < 0$.

1) $x < 1{,}2$
2) $x > 1{,}2$
3) $x > -1{,}2$
4) $x < -1{,}2$

3. Решите неравенство $26 - 13x < 0$.

1) $x > 2$
2) $x > -2$
3) $x < -2$
4) $x < 2$

4. Решите неравенство $0 \leqslant 13 - 5x$.

1) $x \leqslant \frac{13}{5}$
2) $x \geqslant \frac{13}{5}$
3) $x \leqslant -\frac{13}{5}$
4) $x \geqslant -\frac{13}{5}$

5. Решите неравенство $8 - 6x \geqslant -5$.

1) $x \geqslant -\frac{13}{6}$
2) $x \geqslant \frac{13}{6}$
3) $x \leqslant \frac{13}{6}$
4) $x \leqslant \frac{6}{13}$

Тренировочные задания

6. Решите неравенство $3 - 7x > -2x$.

1) $x > -\frac{3}{5}$
2) $x < \frac{3}{5}$
3) $x < 3$
4) $x > \frac{3}{5}$

7. Решите неравенство $9 - 5x > 8x + 6$.

1) $x > \frac{13}{15}$
2) $x < 1$
3) $x < \frac{3}{13}$
4) $x < 5$

Зачетные задания

8. Решите неравенство $6 + 7(3 - x) < 2$.

1) $x > \frac{25}{7}$
2) $x < \frac{31}{7}$
3) $x > \frac{31}{7}$
4) $x < -\frac{31}{7}$

9. Решите неравенство $6x \geqslant 3(4 - 2x) + 7$.

1) $x \leqslant \frac{19}{12}$
2) $x \leqslant \frac{12}{19}$
3) $x \geqslant \frac{19}{12}$
4) $x \geqslant -\frac{19}{12}$

10. Решите неравенство $5(2x - 3) - (7x + 2) < 3$.

1) $x > \frac{10}{17}$
2) $x > \frac{20}{17}$
3) $x > \frac{20}{3}$
4) $x < \frac{20}{3}$

Задача 13

Подготовительные задания

1. Решите неравенство $x^2 - 16 < 0$.

1) $(-\infty, -4) \cup (4; +\infty)$
2) $(-4, 4)$
3) $(-\infty, -16) \cup (16; +\infty)$
4) $(-\infty, 16)$

2. Решите неравенство $x^2 - 11x > 0$.

1) $(-\infty, 11)$
2) $(11, +\infty)$
3) $(-\infty, 0) \cup (11; +\infty)$
4) $(0, 11)$

3. Решите неравенство $\frac{x+3}{5-x} > 0$.

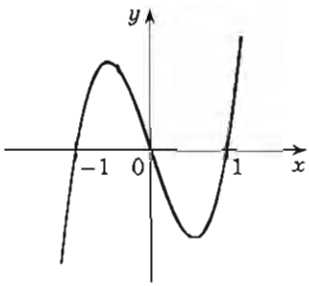
1) $(-\infty, -3) \cup (5; +\infty)$
2) $(-3, 5)$
3) $(-\infty, -3)$
4) $(5, +\infty)$

4. Решите неравенство $\frac{(x+3)(3x+12)}{-x-4} < 0$.

1) $(-\infty, -4) \cup (-3; +\infty)$
2) $(-4, -3)$
3) $(-\infty, -3)$
4) $(-3; +\infty)$

5. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Решите неравенство $f(x) < 0$.

1) $(-\infty, -1) \cup (1; +\infty)$
2) $(-\infty, -1) \cup (0; 1)$
3) $(-1, 0) \cup (1; +\infty)$
4) $(-\infty, 0) \cup (1; +\infty)$



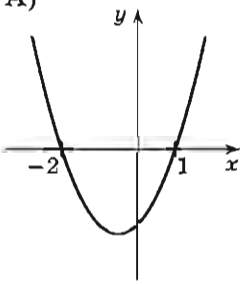
Тренировочные задания

6. Решите неравенство $(x-5)^2-4<0$.

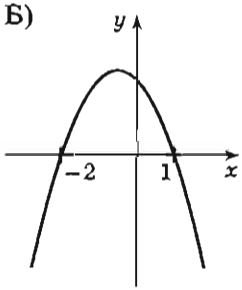
1) $(-\infty, -2)\cup(2; +\infty)$
2) $(-2, 2)$
3) $(-\infty, 3)\cup(7; +\infty)$
4) $(3, 7)$

7. Каждому из трех предложенных графиков функции $y=f(x)$ сопоставьте решение неравенства $f(x)<0$.

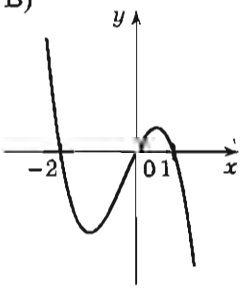
А)



Б)



В)



1) $(-\infty, -2)\cup(1; +\infty)$
2) $(-2, 0)\cup(1; +\infty)$
3) $(-2, 1)$

Зачетные задания

8. Решите неравенство $(x+3)(x-4)(x+1)>0$.

1) $(4; +\infty)$
2) $(-\infty, -3)$
3) $(-\infty, -3) \cup (-1; 4)$
4) $(-3, -1) \cup (4; +\infty)$

9. Решите неравенство $\dfrac{(x-7)(6-2x)}{x-3}>0$.

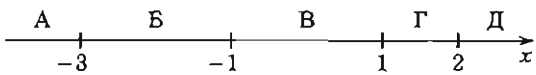
1) $(-\infty, 3) \cup (7; +\infty)$
2) $(-\infty, 7)$
3) $(-\infty; 3) \cup (3; 7)$
4) $(-\infty, 3)$

10. Укажите, в каких промежутках функция

$$y = (x+3)(x+1)(x-1)(x-2)$$

принимает отрицательные значения.

1) А, Г
2) А, Д
3) А, В, Д
4) Б, Г



Задача 14

Подготовительные задания

1. Найдите 7-й член последовательности (x_n), если $x_1 = 2$, $x_{n+1} = x_n + 0,7$.

   Ответ: _____

2. Последовательность (b_n) задана условиями: $b_1 = 2$, $b_{n+1} = -2b_n$. Отметьте число, которое не является членом последовательности.

   1) -16 2) -64 3) -32 4) 128

3. Про арифметическую прогрессию (a_n) известно, что $a_n = 3,2n + 1,2$. Найдите a_{17}.

   Ответ: _____

4. Про геометрическую прогрессию (b_n) известно, что $b_n = \frac{1}{81} \cdot 3^n$. Найдите b_8.

   Ответ: _____

5. Каждой последовательности, заданной условиями (левый столбец), проставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

А) $x_n = 2n + 17$	1) Последовательность — арифметическая прогрессия
Б) $b_n = 4^n + 1$	2) Последовательность — геометрическая прогрессия
В) $x_n = 4^{n+1}$	3) Последовательность не является ни арифметической, ни геометрической прогрессией

Ответ:

А	Б	В

Тренировочные задания

6. Про арифметическую прогрессию (a_n) известно, что $a_n = 2{,}2n + 1{,}2$. Найдите $\frac{a_9}{a_4}$.

Ответ: _____

7. Геометрическая прогрессия (b_n) задана условием: $b_n = 162 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$. Найдите $b_4 - b_3$.

Ответ: _____

Зачетные задания

8. Последовательность (x_n) задана условием: $x_n = 5^n + a$. Выберите верное утверждение.

1) (x_n) — арифметическая прогрессия, если $a = 3$

2) (x_n) — геометрическая прогрессия, если $a = 0$

3) (x_n) — арифметическая прогрессия, если $a = 0$

4) Утверждения 1–3 верные

9. Про арифметическую прогрессию (x_n) известно, что $x_n = 2n - 1$. Про геометрическую прогрессию (y_n) известно, что $y_3 = 27$, $y_4 = 81$. Про последовательность (z_n) известно, что $z_1 = -1$, $z_{n+1} = -\frac{2}{z_n}$. Число 1 является

1) членом последовательности (x_n)

2) членом последовательности (y_n)

3) членом последовательности (z_n)

4) членом последовательностей (x_n), (y_n), (z_n)

10. Каждой последовательности, заданной условиями (левый столбец), проставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

А) $x_n = 3n - 1$ 1) Последовательность — арифметическая прогрессия

Б) $y_n = 3^{n-1}$ 2) Последовательность — геометрическая прогрессия

В) $z_n = 3^n - 1$ 3) Последовательность не является ни арифметической, ни геометрической прогрессией

Ответ:

А	Б	В

Задача 15

Подготовительные задания

1. Чему равно значение функции $y = ax^2 + bx + c$ при $x = 0$?

   1) 0 2) $a + b + c$ 3) $a + b$ 4) c

2. Прямая $y = kx - 11$ проходит через точку $(1, -3)$. Чему равно k?

   Ответ: _____

3. Сопоставьте значениям переменной соответствующие значения функции $y = kx + b$.

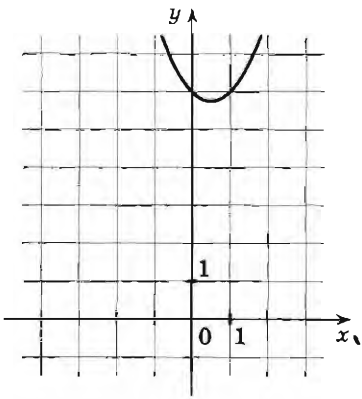
   А) $x = 0$
   Б) $x = 1$
   В) $x = -1$

   1) 0
   2) b
   3) $k - b$
   4) $k + b$

   Ответ:

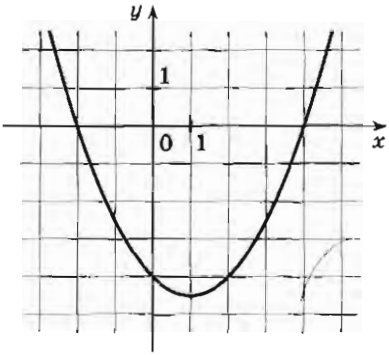
А	Б	В

4. На рисунке изображен график функции $y = ax^2 + bx + c$. Чему равно c?



Ответ: _____

5. На рисунке изображен график функции $y = ax^2 + bx + c$. Чему равно $\frac{-b}{2a}$?



Ответ: _____

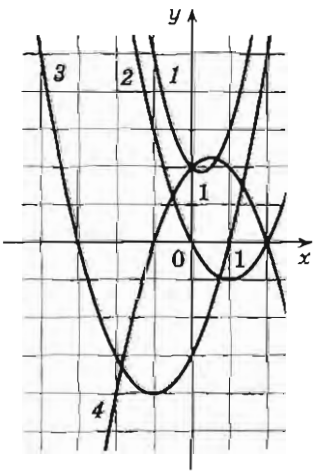
Тренировочные задания

6. Каждой из трех квадратичных функций сопоставьте график, изображенный на рисунке.

А) $y = -x^2 + x + 2$

Б) $y = x^2 - 2x$

В) $y = 2x^2 - x + 2$



Ответ:

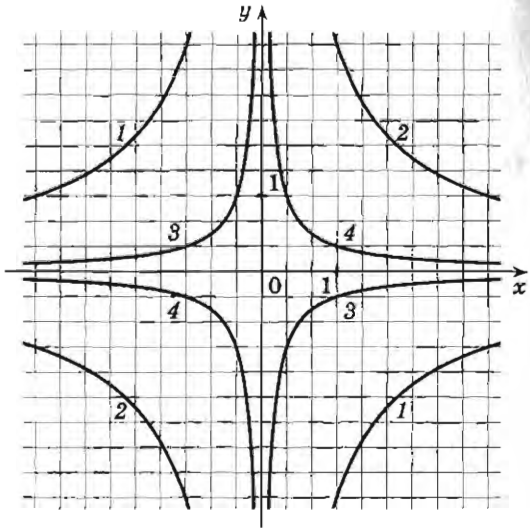
А	Б	В

7. Каждой из трех дробно-линейных функций сопоставьте график, изображенный на рисунке.

А) $y = -\frac{1}{3x}$

Б) $y = -\frac{3}{x}$

В) $y = \frac{1}{3x}$

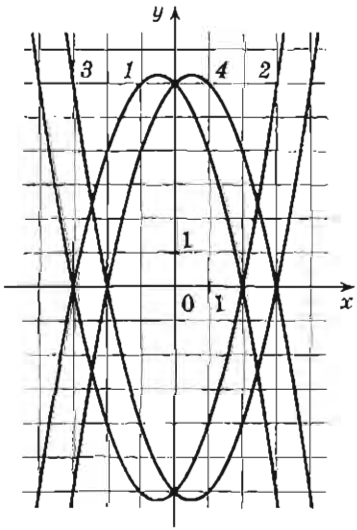


Ответ:

А	Б	В

Зачетные задания

8. Какая из парабол является графиком функции $y = -x^2 + x + 6$?



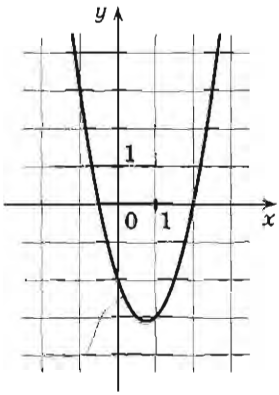
9. График какой квадратичной функции изображен на рисунке?

1) $y = -x^2 + x + 2$

2) $y = x^2 - 2x$

3) $y = 2x^2 - 3x - 2$

4) $y = x^2 - x - 2$



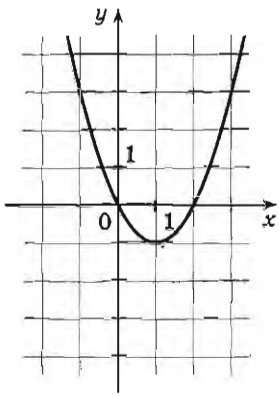
10. График какой квадратичной функции изображен на рисунке?

1) $y = -x^2 + x + 2$

2) $y = x^2 - 2x$

3) $y = 2x^2 - 3x - 2$

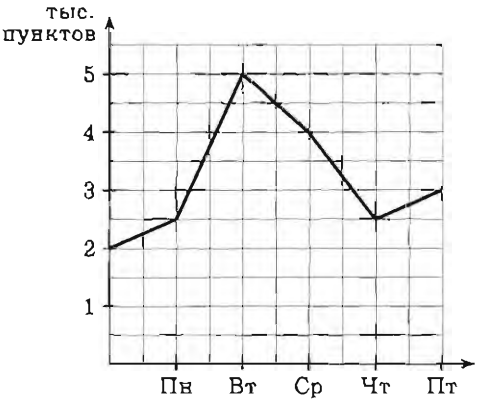
4) $y = x^2 - x - 2$



Задача 16

Подготовительные задания

На графике показано, как в течение недели колебался курс акций компании А на торгах. По горизонтальной оси отмечены дни, а по вертикальной — курс акций в тысячах пунктов в течение дня.



1. Каким был курс акций к открытию торгов в пятницу?

   Ответ: _____

2. В какие дни курс акций падал?

   1) Понедельник, вторник, пятница

   2) Вторник, среда

   3) Среда, четверг, пятница

   4) Среда, четверг

3. В какой день торги закончились самым большим курсом акций?

   1) В понедельник

   2) Во вторник

   3) В среду

   4) В четверг

4. За какой день курс акций изменился больше всего?

1) За вторник

2) За среду

3) За четверг

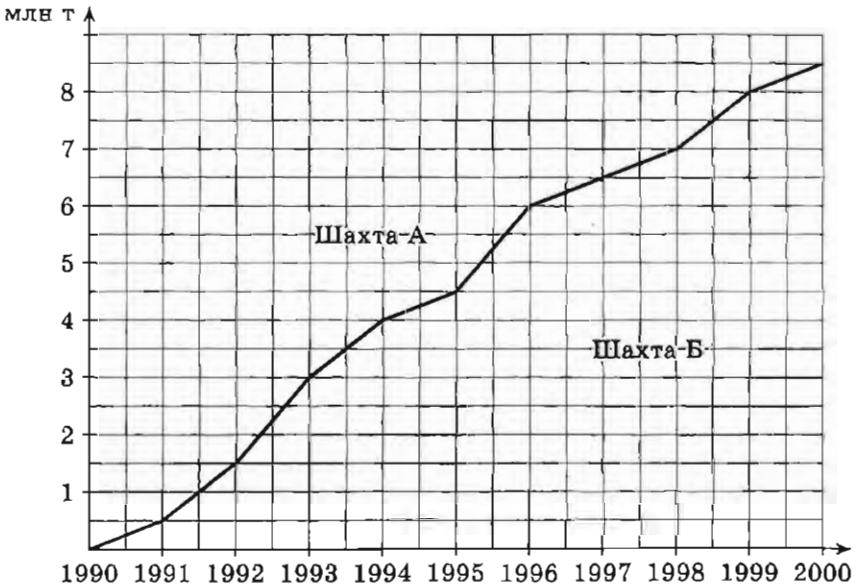
4) За пятницу

5. На сколько пунктов вырос курс акций за первые три дня недели?

Ответ: _____

Тренировочные задания

На графике показано, сколько угля добыли шахты А и Б с 1990 до 2000 года. По горизонтальной оси отмечены годы, а по вертикальной — количество угля, добытое шахтой с 1990 года, в миллионах тонн.



6. Сколько миллионов тонн угля было добыто на шахте Б за 1997 год?

Ответ: _____

7. Сколько тысяч тонн угля было добыто на шахте А за 1995 и 1996 годы?

Ответ: _____

Зачетные задания

8. Сколько миллионов тонн угля было добыто на двух шахтах вместе начиная за 1991 и 1992 годы?

Ответ: _____

9. За сколько лет после 1990 года шахта Б добыла 6 миллионов тонн угля?

Ответ: _____

10. В каком году шахта Б добыла меньше всего угля за год?

Ответ: _____

Диагностическая работа №4

1. Расположите в порядке убывания числа: 0,083; −0,83; 8,3; 8,03.

   1) −0,83; 0,083; 8,03; 8,3

   2) 8,3; 8,03; −0,83; 0,083

   3) 8,3; 8,03; 0,083; −0,83

   4) −0,83; 8,03; 8,3; 0,083

2. Какое из чисел $\sqrt{900000}$, $\sqrt{90000}$, $\sqrt{90}$ является рациональным?

   1) $\sqrt{900000}$ 3) $\sqrt{90}$

   2) $\sqrt{90000}$ 4) ни одно из этих чисел

3. Суточная норма потребления белков составляет 73 грамма. Один стакан апельсинового сока в среднем содержит 2 грамма белков. Сколько примерно процентов от суточной нормы потребления белков получит человек, выпив стакан апельсинового сока?

   1) 36% 2) 0,36% 3) 0,3% 4) 3%

4. Вычислите значение выражения $\frac{a+c}{b}$ при $a=-2{,}6$; $b=0{,}4$; $c=7{,}1$.

   Ответ: _____

5. За сколько минут пешеход, движущийся со скоростью 6 км/ч, пройдет 900 метров?

   Ответ: _____

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

   1) $(x-4)^2=x^2-4x+16$

   2) $-2(x-y)=-2x-2y$

   3) $(x-y)(y-x)=-x^2+2xy-y^2$

   4) $(-x-3y)\cdot 2=-2x-3y$

7. Упростите выражение $\frac{4}{7x}+\frac{1}{5x}$

1) $\frac{27}{35x}$ 2) $\frac{1}{7x}$ 3) $\frac{27}{35x^2}$ 4) $\frac{3}{35x}$

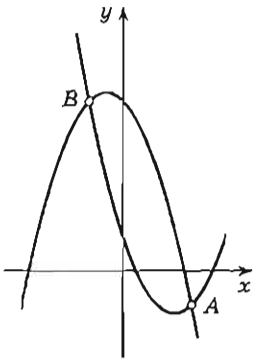
8. Найдите частное $\frac{6{,}3\cdot 10^6}{9\cdot 10^3}$. Ответ запишите в виде целого числа или десятичной дроби.

Ответ: _____

9. Решите уравнение $4-5x=17-3(x+1)$

Ответ: _____

10. Параболы $y=x^2-3x+1$ и $y=-x^2-x+5$ пересекаются в двух точках. Вычислите координаты точки A.



Ответ: _____

11. Прочитайте задачу: «На фабрике в первом цехе сшили 120 костюмов, а во втором — 80 костюмов. В первом цехе шили в час на 2 костюма больше, чем во втором, и работали на 2 ч больше. Сколько костюмов в час шили во втором цехе?»
Пусть x костюмов в час шили во втором цехе. Выберите уравнение, соответствующее условию задачи.

1) $\frac{120}{x-2}-\frac{80}{x}=2$ 3) $\frac{120}{x+2}-\frac{80}{x}=2$

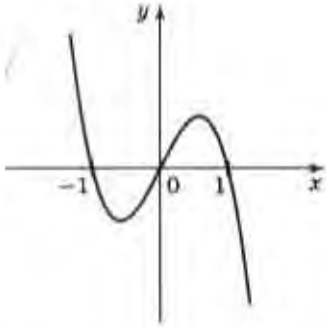
2) $\frac{120}{x}-\frac{80}{x-2}=2$ 4) $\frac{80}{x-2}-\frac{120}{x}=2$

12. Решите неравенство $5x \geqslant 8(x-3)-17$.

1) $x \geqslant -\frac{7}{3}$
2) $x \geqslant \frac{7}{13}$
3) $x \leqslant \frac{41}{13}$
4) $x \leqslant \frac{41}{3}$

13. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Решите неравенство $f(x) < 0$.

1) $(-\infty, -1) \cup (1; +\infty)$
2) $(-\infty, -1) \cup (0; 1)$
3) $(-1, 0) \cup (1; +\infty)$
4) $(-\infty, 0) \cup (1; +\infty)$



14. Каждой последовательности, заданной условиями (левый столбец), проставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

А) $x_n = 4^n$

Б) $y_1 = 1$, $y_{n+1} = 4 - y_n$

В) $z_n = 4n$

1) Последовательность — арифметическая прогрессия
2) Последовательность — геометрическая прогрессия
3) Последовательность не является ни арифметической, ни геометрической прогрессией

Ответ:

А	Б	В

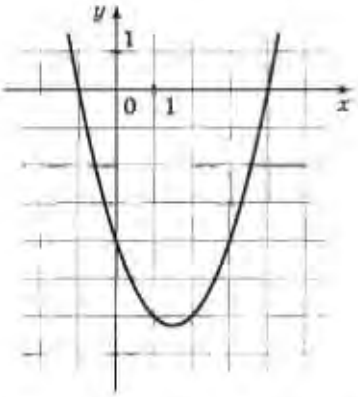
15. График какой квадратичной функции изображен на рисунке?

1) $y = -x^2 - 3x + 4$

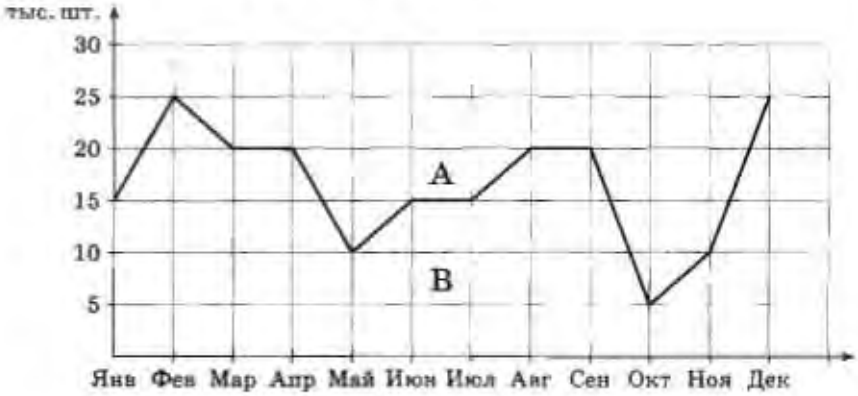
2) $y = x^2 + 3x - 4$

3) $y = -x^2 + 3x + 4$

4) $y = x^2 - 3x - 4$



16. На графике показано количество автомобилей марки А и марки В, проданных за год. По горизонтали отложены месяцы, по вертикали количество автомобилей, проданных за месяц в тысячах штук.



Сколько автомобилей обеих марок было продано за три весенних месяца (март, апрель, май)?

Ответ: _____

Диагностическая работа №5

1. Расположите в порядке возрастания числа: 3,02; −3,02; 2,03; −20,3

   1) −20,3; −3,02; 3,02; 2,03

   2) −20,3; −3,02; 2,03; 3,02

   3) 3,02; 2,03; −3,02; −20,3

   4) −3,02; −20,3; 3,02; 2,03

2. Какое из чисел $\sqrt{64000}$, $\sqrt{6,4}$, $\sqrt{0,064}$ является рациональным?

   1) $\sqrt{64000}$ 3) $\sqrt{0,064}$

   2) $\sqrt{6,4}$ 4) ни одно из этих чисел

3. Суточная норма потребления белков составляет 73 грамма. Один стакан молочного коктейля в среднем содержит 11 грамм белков. Сколько примерно процентов от суточной нормы потребления белков получит человек, выпив стакан молочного коктейля?

   1) 15% 2) 0,15% 3) 7% 4) 0,7%

4. Вычислите значение выражения $\frac{a-b}{c}$ при $a=3,25$; $b=2,65$; $c=7,5$.

   Ответ: _____

5. Плотность тела равна 1 г/см^3. Какова масса такого тела, если его объем — 2 л?

   Ответ: _____

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

   1) $(-x-4)^2=x^2-8x+16$ 3) $(x-y)^2=x^2-y^2$

   2) $-6(x-5y)=5y-6x$ 4) $-7(-y-2x)=14x+7y$

7. Упростите выражение $\frac{5}{3x} - \frac{6}{7x}$

1) $\frac{33}{7x}$ 2) $\frac{1}{2x}$ 3) $-\frac{1}{2x^2}$ 4) $\frac{17}{21x}$

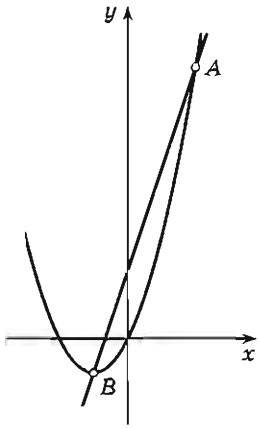
8. Найдите частное $\frac{9{,}5 \cdot 10^{13}}{0{,}5 \cdot 10^{15}}$. Ответ запишите в виде десятичной дроби.

Ответ: _____

9. Решите уравнение $-11(3 - x) + 12 = -7(x + 3)$

Ответ: _____

10. Прямая $y = 3x + 2$ пересекает параболу $y = x^2 + 2x$ в двух точках. Вычислите координаты точки B.



Ответ: _____

11. Прочитайте задачу: «Расстояние между двумя причалами по реке равно 12 км. На путь от одного причала до другого и обратно лодка затратила 8 ч. Найдите собственную скорость лодки, если скорость реки 2 км/ч.»
Пусть x км/ч — собственная скорость лодки. Выберите уравнение, соответствующее условию задачи.

1) $12(x-2)+12(x+2)=8$

2) $8((x-2)+(x+2))=12\cdot 2$

3) $\frac{12}{x+2}+\frac{12}{2-x}=8$

4) $\frac{12}{x+2}+\frac{12}{x-2}=8$

12. Решите неравенство $3(2x-7)\geqslant 4(x-7)-5x$.

1) $x\geqslant -1$

2) $x\leqslant -1$

3) $x\leqslant 1$

4) $x\geqslant 1$

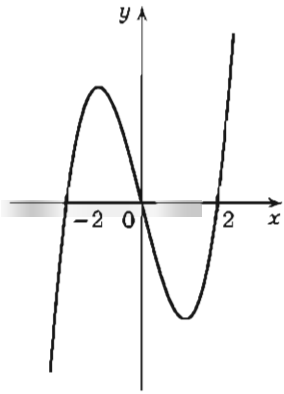
13. На рисунке изображен график функции $y=f(x)$. Решите неравенство $f(x)>0$.

1) $(-\infty, -2)\cup(2; +\infty)$

2) $(-\infty, -2)\cup(0; 2)$

3) $(-2, 0)\cup(2; +\infty)$

4) $(-\infty, 0)\cup(2; +\infty)$



14. Каждой последовательности, заданной условиями (левый столбец), проставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

А) $x_n=0$

Б) $y_n=2n^2$

В) $z_n=3^n$

1) Последовательность — арифметическая прогрессия

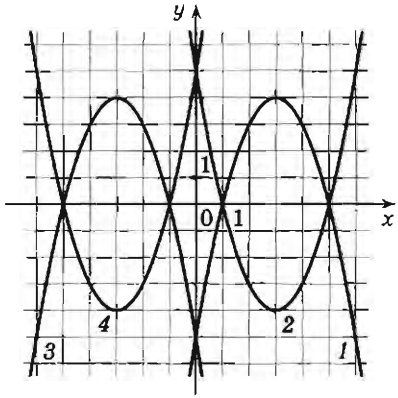
2) Последовательность — геометрическая прогрессия

3) Последовательность не является ни арифметической, ни геометрической прогрессией

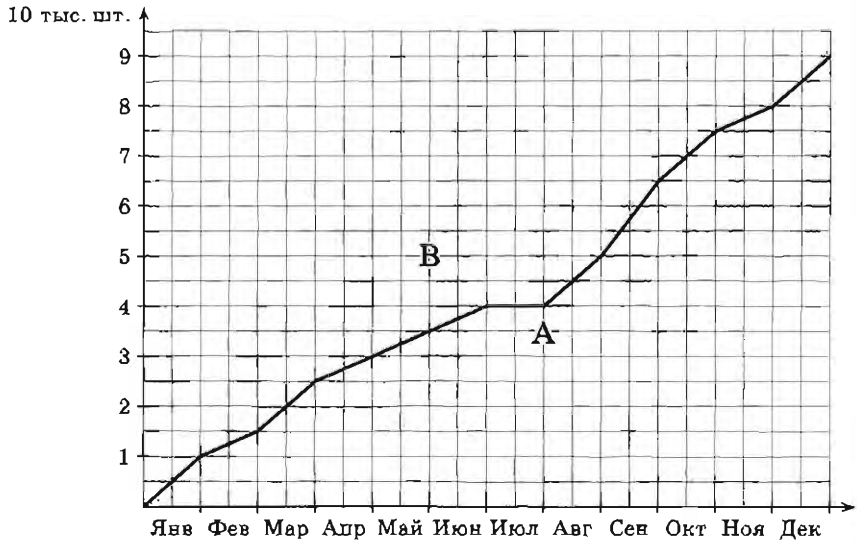
Ответ:

А	Б	В

15. Какая из парабол является графиком функции $y = -x^2 - 6x - 5$?



16. На графике показано количество автомобилей марки А и марки В, проданных за год. По горизонтали отложены месяцы, по вертикали количество автомобилей, проданных с начала года в десятках тысяч штук.



Сколько автомобилей обеих марок было продано за три первых месяца года?

Ответ: _____

Комплекты заданий второй части экзамена

В настоящем приложении приводится 2 комплекта заданий, аналогичных заданиям части 2 экзамена.

Комплект 1

17. Постройте график функции $y = 2x^2 - 4x + 1$. Укажите наименьшее значение функции.

18. Выясните, имеет ли корни уравнение

$$27x^2 - 6\sqrt{3}x - 8 = -9.$$

19. Первый член арифметической прогрессии равен 1, а разность прогрессии равна 6. Найдите сумму всех трехзначных членов прогрессии.

20. Найдите наименьшее значение выражения

$$2\sqrt{x - y + 1} + 3\sqrt{x - 4y + 3}.$$

При каких значениях x и y оно достигается?

21. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в одной точке ломаную, заданную условием:

$$y = \begin{cases} 3x, & x < -1, \\ -3, & -1 \leqslant x \leqslant 2, \\ 3x - 9, & x > 2. \end{cases}$$

Комплект 2

17. Постройте график функции $y = -2x^2 + 4x - 1$. Укажите наибольшее значение функции.

18. Выясните, имеет ли корни уравнение

$$\frac{(x + \sqrt{6})^2}{6} + \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{6}x}{3} = \frac{4}{3}.$$

19. Первый член арифметической прогрессии равен 1, а сумма первых трех равна 12. Найдите сумму всех двузначных членов прогрессии.

20. Найдите наименьшее значение выражения

$$2\sqrt{x+y+1}-4+3(x+4y-3)^2.$$

При каких значениях x и y оно достигается?

21. Найдите все значения k, при которых прямая $y=kx$ пересекает в двух точках ломаную, заданную условием:

$$y=\begin{cases} 3x+2, & x<-1, \\ -1, & -1\leqslant x\leqslant 2, \\ 3x-7, & x>2. \end{cases}$$

Диагностическая работа №6

Часть 1

1. Расположите в порядке убывания числа: $-3{,}23$; $-3{,}2$; $-3{,}03$; $-3{,}203$

   1) $-3{,}03$; $-3{,}2$; $-3{,}203$; $-3{,}23$

   2) $-3{,}03$; $-3{,}203$; $-3{,}2$; $-3{,}23$

   3) $-3{,}23$; $-3{,}2$; $-3{,}203$; $-3{,}03$

   4) $-3{,}23$; $-3{,}203$; $-3{,}2$; $-3{,}03$

2. Какое из чисел $\sqrt{2250}$, $\sqrt{2{,}25}$, $\sqrt{0{,}225}$ является рациональным?

   1) $\sqrt{2250}$ 3) $\sqrt{0{,}225}$

   2) $\sqrt{2{,}25}$ 4) ни одно из этих чисел

3. Суточная норма потребления белков составляет 73 грамма. Один стаканчик мороженого в среднем содержит 3 грамма белков. Сколько примерно процентов от суточной нормы потребления белков получит человек, съев стаканчик мороженого?

   1) 0,24% 2) 24% 3) 0,4% 4) 4%

4. Вычислите значение выражения $\frac{(a-b)\cdot c}{b-a}$ при $a=-2{,}9$; $b=3{,}8$; $c=6{,}7$.

   Ответ: _____

5. Сколько стоят 1,5 кг корицы, если 100 г корицы стоит 70 рублей?

   Ответ: _____

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

   1) $-y(x-y)=xy-y^2$ 3) $(x+2)^2=x^2+2x+4$

   2) $x(y-5y)=xy-5y^2$ 4) $(x-2y)^2=x^2-4xy+4y^2$

7. Упростите выражение $\frac{8}{7x} - \frac{7}{8x}$

1) $\frac{1}{2x}$
2) $\frac{15}{56x}$
3) $\frac{1}{x}$
4) $\frac{1}{56x^2}$

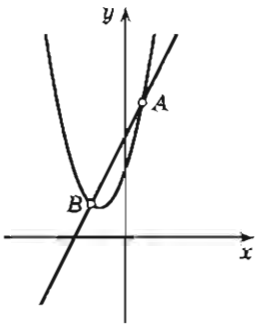
8. Найдите частное $\frac{14{,}5 \cdot 10^{-7}}{0{,}5 \cdot 10^{-4}}$. Ответ запишите в виде десятичной дроби.

Ответ: _____

9. Решите уравнение $9 - 4x = 5 + 2(7 - 3x)$

Ответ: _____

10. Прямая $y = 2x + 3$ пересекает параболу $y = 2x^2 + 3x + 2$ в двух точках. Вычислите координаты точки A.



Ответ: _____

11. Прочитайте задачу: «От турбазы до станции турист доехал на велосипеде за 5 ч. На мопеде он смог бы проехать это расстояние за 3 ч. Известно, что на мопеде он едет со скоростью на 8 км/ч большей, чем на велосипеде. Определите скорость, с которой ехал турист на велосипеде (в км/ч)?»
Выберите уравнение, соответствующее условию задачи, если буквой x обозначена скорость (в км/ч), с которой ехал турист на велосипеде.

1) $\frac{x}{5}-\frac{x}{3}=8$

2) $5(x-8)=3x$

3) $5x=3(x+8)$

4) $\frac{x}{3}-\frac{x}{5}=8$

12. Решите неравенство $9x-2(7x+3)>11$.

1) $x<-\frac{17}{5}$

2) $x>\frac{17}{5}$

3) $x<1$

4) $x>1$

13. Решите неравенство $(x+3)(x-4)(x+1)(x-1)>0$.

1) $(-\infty, -3)\cup(-1; 1)\cup(4; +\infty)$

2) $(-3, -1)\cup(1; 4)$

3) $(-\infty, -1)\cup(4; +\infty)$

4) $(-\infty, -3)\cup(4; +\infty)$

14. Каждой последовательности, заданной условиями (левый столбец), проставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

А) $a_n=4^n$

Б) $b_n=4n+1$

В) $c_n=n^3$

1) Последовательность — арифметическая прогрессия

2) Последовательность — геометрическая прогрессия

3) Последовательность не является ни арифметической, ни геометрической прогрессией

Ответ:

А	Б	В

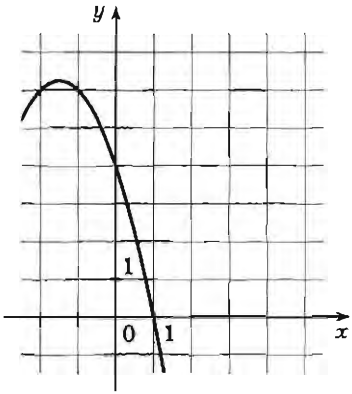
15. График какой квадратичной функции изображен на рисунке?

1) $y = x^2 - 3x - 4$

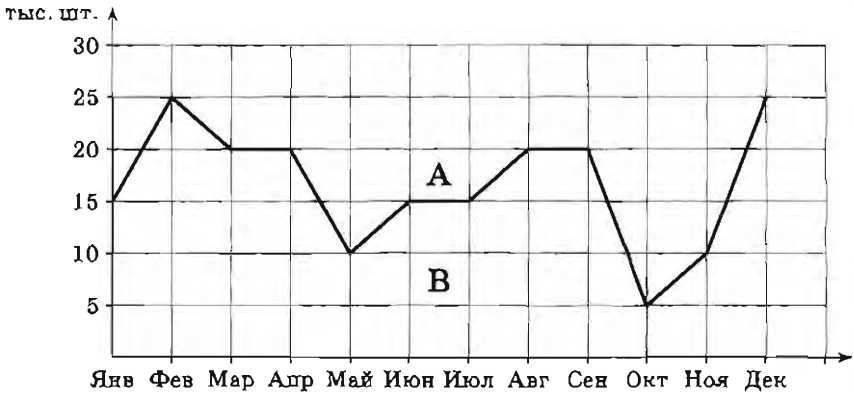
2) $y = -x^2 + 3x + 4$

3) $y = x^2 + 3x - 4$

4) $y = -x^2 - 3x + 4$



16. На графике показано количество автомобилей марки А и марки В, проданных за год. По горизонтали отложены месяцы, по вертикали количество автомобилей, проданных за месяц в тысячах штук.



Сколько автомобилей обеих марок было продано за три первых месяца года?

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части (17–21) выполняйте с записью решения.

17. Постройте график функции $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 1$. Укажите наименьшее значение функции.

18. Выясните, имеет ли корни уравнение

$$2x^2 + \sqrt{3}x + 1 = -\sqrt{6}x - 2.$$

19. Первый член арифметической прогрессии равен 2, а разность арифметической прогрессии равна 2. Найдите сумму всех двузначных членов прогрессии, не кратных 3.

20. Найдите наибольшее значение выражения

$$\frac{12}{(3x-y)^2 + (x+y-4)^2 + 4}.$$

При каких значениях x и y оно достигается?

21. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в одной точке ломаную, заданную условием:

$$y = \begin{cases} -3x - 4, & x < -1, \\ -1, & -1 \leqslant x \leqslant 2, \\ 2x - 5, & x > 2. \end{cases}$$

Диагностическая работа №7

Часть 1

1. Расположите в порядке возрастания числа: 5,04; −5,4; −5,04; 5,4

1) −5,4; −5,04; 5,04; 5,4
2) 5,4; −5,4; 5,04; −5,04
3) 5,4; 5,04; −5,04; −5,4
4) −5,04; 5,04; 5,4; −5,4

2. Какое из чисел $\sqrt{490}$, $\sqrt{0{,}049}$, $\sqrt{0{,}000049}$ является рациональным?

1) $\sqrt{490}$
2) $\sqrt{0{,}049}$
3) $\sqrt{0{,}000049}$
4) ни одно из этих чисел

3. Суточная норма потребления углеводов составляет 280 грамм. Один стаканчик мороженого в среднем содержит 22 грамма углеводов. Сколько примерно процентов от суточной нормы потребления углеводов получит человек, съев стаканчик мороженого?

1) 8%
2) 0,8%
3) 13%
4) 1,3%

4. Вычислите значение выражения $\frac{a-c}{b-a}$ при $a=-2{,}3$; $b=4{,}1$; $c=5{,}7$.

Ответ: _____

5. Расстояние от Москвы до Омска равно 2560 км. Сколько часов нужно потратить, чтобы доехать из Москвы в Омск на машине, если средняя скорость машины около 80 км/ч?

Ответ: _____

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $y(x-4)=xy-4y$
2) $(x+y)^2=x^2+y^2$
3) $-x(x-5y)=5xy+x^2$
4) $(y-2x)(2y+x)=4y^2-x^2$

7. Упростите выражение $\frac{11}{7x} - \frac{13}{14x}$.

1) $\frac{9}{14x^2}$ 2) $\frac{9}{7x}$ 3) $\frac{9}{14x}$ 4) $-\frac{15}{14x}$

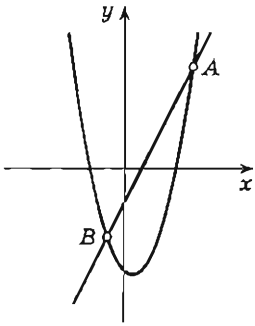
8. Найдите частное $\frac{1{,}5 \cdot 10^8}{7{,}5 \cdot 10^7}$. Ответ запишите в виде целого числа или десятичной дроби.

Ответ: _____

9. Решите уравнение $10 - 3(5 - 2x) = 7 - 9x$.

Ответ: _____

10. Прямая $y = 2x - 1$ пересекает параболу $y = 2x^2 - x - 3$ в двух точках. Вычислите координаты точки B.



Ответ: _____

11. Прочитайте задачу: «На фабрике в первом цехе сшили 120 костюмов, а во втором — 80 костюмов. В первом цехе шили в час на 2 костюма больше, чем во втором, и работали на 2 ч больше. Сколько костюмов в час шили в первом цехе?»
Пусть x костюмов в час шили в первом цехе. Выберите уравнение, соответствующее условию задачи.

1) $\frac{120}{x-2} - \frac{80}{x} = 2$ 3) $\frac{120}{x+2} - \frac{80}{x} = 2$

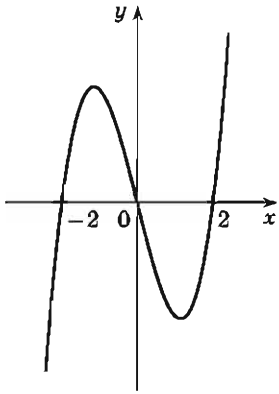
2) $\frac{120}{x} - \frac{80}{x-2} = 2$ 4) $\frac{80}{x-2} - \frac{120}{x} = 2$

12. Решите неравенство $13x > 9x + 2(3x - 11) - 6$.

1) $x < -28$
2) $x < 14$
3) $x < 1$
4) $x > 1$

13. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Решите неравенство $f(x) < 0$.

1) $(-\infty, -2) \cup (2; +\infty)$
2) $(-\infty, -2) \cup (0; 2)$
3) $(-2, 0) \cup (2; +\infty)$
4) $(-\infty, 0) \cup (2; +\infty)$



14. Каждой последовательности, заданной условиями (левый столбец), проставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

А) $x_n = 4n$	1) Последовательность — арифметическая прогрессия
Б) $y_n = 10^n$	2) Последовательность — геометрическая прогрессия
В) $z_n = n^4 + 1$	3) Последовательность не является ни арифметической, ни геометрической прогрессией

Ответ:

А	Б	В

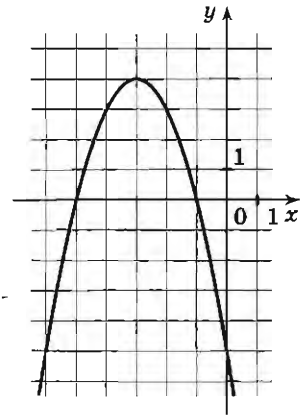
15. График какой квадратичной функции изображен на рисунке?

1) $y = -x^2 + 4x + 5$

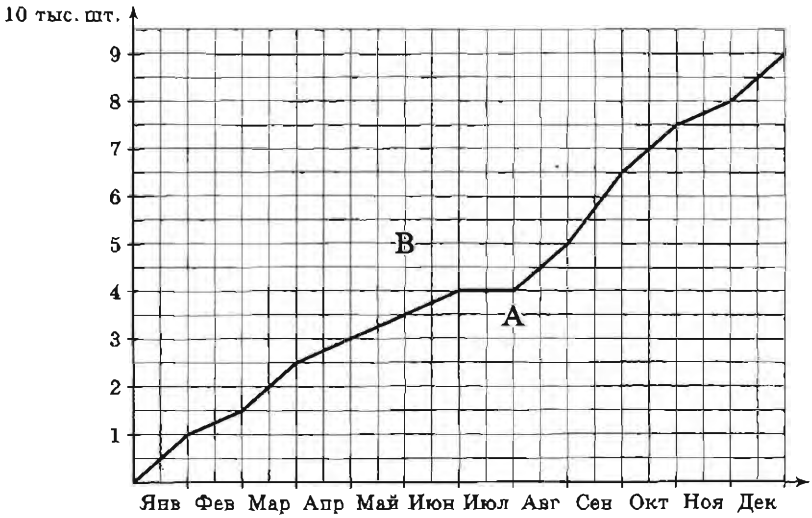
2) $y = x^2 - 4x - 5$

3) $y = -x^2 - 6x - 5$

4) $y = x^2 + 6x + 5$



16. На графике показано количество автомобилей марки А и марки В, проданных за год. По горизонтали отложены месяцы, по вертикали количество автомобилей, проданных с начала года в десятках тысяч штук.



Сколько автомобилей обеих марок было продано за три осенних месяца (сентябрь, октябрь, ноябрь)?

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части (17–21) выполняйте с записью решения.

17. Постройте график функции $y=-\frac{1}{2}x^2+x+1$. Укажите наибольшее значение функции.

18. Выясните, имеет ли корни уравнение

$$2x^2-\sqrt{3}x+1=-\sqrt{6}x+\frac{1}{2}.$$

19. Первый член арифметической прогрессии равен 2, а разность арифметической прогрессии равна 3. Найдите сумму всех двузначных членов прогрессии, не кратных 4.

20. Найдите наибольшее значение выражения

$$\frac{12}{(x-y-3)^2+|x+y-5|+3}.$$

При каких значениях x и y оно достигается?

21. Найдите все значения k, при которых прямая $y=kx$ пересекает в одной точке ломаную, заданную условием:

$$y=\begin{cases}-2x, & x<-1,\\ 2, & -1\leqslant x\leqslant 2,\\ 3x-4, & x>2.\end{cases}$$

Диагностическая работа №8

Часть 1

1. Расположите в порядке убывания числа: −16,7; −17,6; −17,06; −17,76

   1) −16,7; −17,6; −17,06; −17,76

   2) −16,7; −17,06; −17,6; −17,76

   3) −17,76; −17,6; −17,06; −16,7

   4) −17,76; −17,06; −17,6; −16,7

2. Какое из чисел $\sqrt{4000}$, $\sqrt{0{,}081}$, $\sqrt{0{,}0016}$ является рациональным?

   1) $\sqrt{4000}$ 3) $\sqrt{0{,}0016}$

   2) $\sqrt{0{,}081}$ 4) ни одно из этих чисел

3. Суточная норма потребления углеводов составляет 280 грамм. Порция омлета в среднем содержит 39 грамм углеводов. Сколько примерно процентов от суточной нормы потребления углеводов получит человек, съев порцию омлета?

   1) 7% 2) 0,7% 3) 14% 4) 0,14%

4. Вычислите значение выражения $\frac{a+b}{c-b}$ при $a=9{,}8$; $b=-2{,}1$; $c=0{,}7$.

   Ответ: _____

5. Пешеход идет со скоростью 1,5 м/с. Какое расстояние (в км) он пройдет за час?

   Ответ: _____

6. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

   1) $-7(y-x)=7y-7x$ 3) $(x-4y)(2x+y)=2x^2-7xy-4y^2$

   2) $(x+8y)(y-x)=x^2-8y^2$ 4) $(2-x)(x-2)=4-x^2$

7. Упростите выражение $\frac{9}{5x}+\frac{5}{3x}$

1) $\frac{3}{x}$
2) $\frac{52}{15x}$
3) $\frac{52}{15x^2}$
4) $\frac{4}{x}$

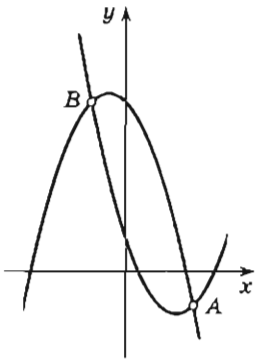
8. Найдите частное $\frac{4{,}2\cdot 10^{-3}}{7\cdot 10^{-5}}$. Ответ запишите в виде целого числа или десятичной дроби.

Ответ: _____

9. Решите уравнение $3(9-x)=11(x+3)+1$

Ответ: _____

10. Параболы $y=x^2-3x+1$ и $y=-x^2-x+5$ пересекаются в двух точках. Вычислите координаты точки B.



Ответ: _____

11. Прочитайте задачу: «От турбазы до станции турист дошел пешком за 4 ч. На велосипеде он смог бы проехать это расстояние за 3 ч. Известно, что на велосипеде он едет со скоростью на 4 км/ч большей, чем идет пешком. С какой скоростью (в км/ч) шел турист от турбазы до станции?» Выберите уравнение, соответствующее условию задачи, если буквой x обозначена скорость (в км/ч), с которой турист шел пешком.

1) $\frac{x}{4} - \frac{x}{3} = 4$

2) $4(x-4) = 3x$

3) $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 4$

4) $4x = 3(x+4)$

12. Решите неравенство $15x - 5(2-x) < -17$.

1) $x < \frac{7}{20}$

2) $x < -\frac{7}{20}$

3) $x > \frac{7}{20}$

4) $x > -\frac{7}{20}$

13. Решите неравенство $(x-3)(x+4)(x+1)(x-1) < 0$.

1) $(-\infty, -4) \cup (-1; 1) \cup (3; +\infty)$

2) $(-4, -1) \cup (1; 3)$

3) $(-\infty, -1) \cup (3; +\infty)$

4) $(-\infty, -4) \cup (3; +\infty)$

14. Каждой последовательности, заданной условиями (левый столбец), проставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

А) $a_n = (n+2)^4$

Б) $b_n = 4^{n+2}$

В) $c_n = 4(n+2)$

1) Последовательность — арифметическая прогрессия

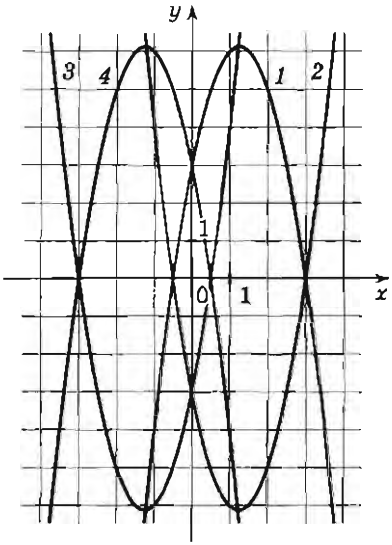
2) Последовательность — геометрическая прогрессия

3) Последовательность не является ни арифметической, ни геометрической прогрессией

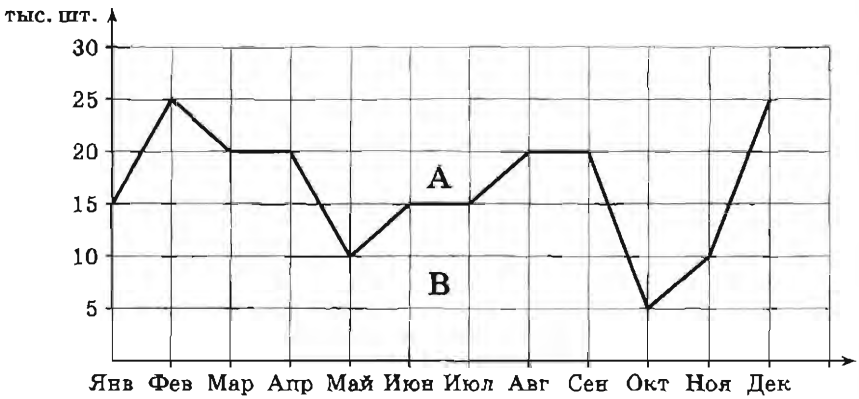
Ответ:

А	Б	В

15. Какая из парабол является графиком функции $y = 2x^2 + 5x - 3$?



16. На графике показано количество автомобилей марки А и марки В, проданных за год. По горизонтали отложены месяцы, по вертикали количество автомобилей, проданных за месяц в тысячах штук.



Сколько автомобилей обеих марок было продано за три осенних месяца (сентябрь, октябрь, ноябрь)?

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части (17–21) выполняйте с записью решения.

17. Постройте график функции $y = -2x^2 - 2x + 1$. Укажите наибольшее значение функции.

18. Выясните, имеет ли корни уравнение

$$2x^2 - \sqrt{2}x + 1 = \sqrt{3} - 0{,}5.$$

19. Первый член арифметической прогрессии равен 4, а разность арифметической прогрессии равна 2. Найдите сумму всех двузначных членов прогрессии, не кратных 3.

20. Найдите наибольшее значение выражения

$$\frac{12}{(x-y-2)^2 + |x+y-6| + 2}.$$

При каких значениях x и y оно достигается?

21. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в одной точке ломаную, заданную условием:

$$y = \begin{cases} -3x, & x < -1, \\ 3, & -1 \leqslant x \leqslant 2, \\ 3x - 3, & x > 2 \end{cases}$$

Пример экзаменационного варианта 2008 года

Часть 1

1. Найдите значение выражения $\frac{a+b}{c}$ при $a=8{,}4$; $b=-1{,}2$; $c=-4{,}5$.

   Ответ: _____

2. Длина шага человека a см. По какой формуле можно вычислить расстояние s (в метрах), которое пройдет человек, сделав n шагов?

   1) $s=\frac{an}{100}$ 2) $s=100an$ 3) $s=an$ 4) $s=\frac{a}{100n}$

3. Представьте выражение $\frac{a^5\cdot a^{-2}}{a^{10}}$ в виде степени с основанием a.

   1) a^{-20} 2) a^{-4} 3) a^{13} 4) a^{-7}

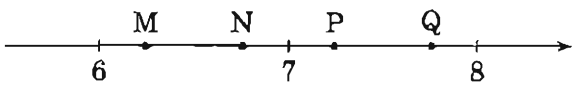
4. Какое из следующих выражений тождественно равно произведению $a(a-2)$?

   1) $a(2-a)$ 2) $-a(2+a)$ 3) $-a(2-a)$ 4) $-a(a-2)$

5. Упростите выражение $\frac{1}{b-a}\cdot\left(\frac{b}{a}-\frac{a}{b}\right)$.

   Ответ: _____

6. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\sqrt{39}$. Какая это точка?



   1) точка Q 2) точка M 3) точка N 4) точка P

7. Туристическая фирма организует трехдневные автобусные экскурсии. Стоимость экскурсии для одного человека составляет 2500 р., группам предоставляются скидки: группе от 3 до 10 человек — 5%, группе более 10 человек — 10%. Сколько заплатит за экскурсию группа из 6 человек?

1) 15000 р. 2) 2375 р. 3) 750 р. 4) 14250 р.

8. Численность населения Индонезии составляет $2{,}4 \cdot 10^8$ человек, а Грузии — $4{,}7 \cdot 10^6$ человек. Во сколько раз численность населения Индонезии больше численности населения Грузии?

1) примерно в 1,9 раза

2) примерно в 510 раз

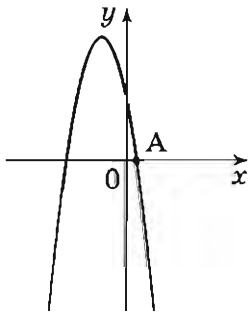
3) примерно в 51 раз

4) примерно в 5,1 раза

9. На рисунке изображен график функции

$$y = -3x^2 - 5x + 2.$$

Вычислите абсциссу точки А.



Ответ: _____

10. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x - 3y = 11, \\ 5x + y = 2. \end{cases}$$

Ответ: _____

11. Прочитайте задачу: «Расстояние между двумя причалами по реке 14 км. На путь от одного причала до другого против течения моторная лодка затратила на 1 ч больше, чем на обратный путь по течению. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки 2 км/ч». Обозначьте буквой x собственную скорость лодки (в км/ч) и составьте уравнение по условию задачи.

1) $14(x-2)-1=14(x+2)$

2) $\frac{14}{x-2}-\frac{14}{x+2}=1$

3) $\frac{14}{x+2}-\frac{14}{x-2}=1$

4) $14(x+2)-14(x-2)=1$

12. Какое из следующих неравенств не следует из неравенства $a-c<b$?

1) $c+b-a<0$

2) $a-b-c<0$

3) $c>a-b$

4) $a<b+c$

13. Для каждого неравенства укажите множество его решений.

А) $x^2+9<0$

Б) $x^2-9<0$

В) $x^2-9>0$

1) $\varnothing$

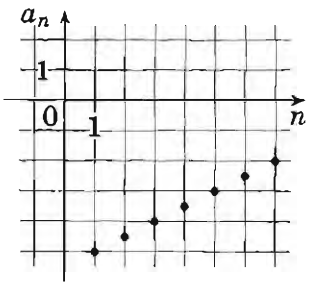
2) $(-\infty;\ -3)\cup(3;\ +\infty)$

3) $(-3;\ 3)$

Ответ:

А	Б	В

14. Члены последовательности можно изображать точками на координатной плоскости. Для этого по горизонтальной оси откладывают номер члена, а по вертикальной — соответствующий член последовательности.



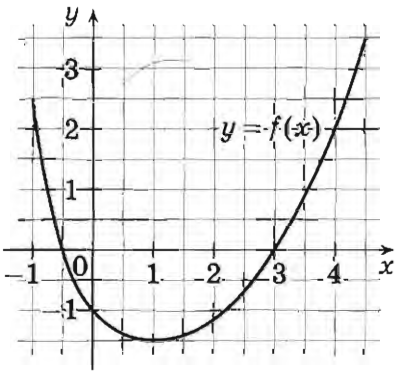
На рисунке изображены точками первые семь членов арифметической прогрессии (a_n). Найдите a_1 и d.

Ответ: _____

15. Какая из прямых не пересекает график функции $y = -\frac{2}{x}$?

1) $x = 2$ 2) $y = 3x$ 3) $y = -4x$ 4) $y = -6$

16. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, заданной на промежутке $[-1; 4,5]$. Из приведенных ниже утверждений выберите верное.



1) Наименьшее значение функции $y = f(x)$ равно $-1,5$.

2) Функция $y = f(x)$ убывает на промежутке $[1; 4,5]$.

3) $f(x) < 0$ при $-0,5 < x < 4,5$.

4) $f(-1) = 0$.

Часть 2

Задания этой части (17–21) выполняйте с записью решения.

17. Разложите на множители

$$c^2 - a - 1 + ac^2.$$

18. Найдите область определения выражения

$$\frac{\sqrt{28 - x - 2x^2}}{2x + 7}.$$

19. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, которые не делятся на 4.

20. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (2y+1)(x-3) = 0, \\ 2y^2 - x - 2y = 9. \end{cases}$$

21. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в трех различных точках график функции

$$y = \begin{cases} 2x+4, & \text{если } x < -3, \\ -2, & \text{если } -3 \leqslant x \leqslant 3, \\ 2x-8, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

Решение заданий первой части. Предостережения. Советы

1. Найдите значение выражения $\frac{a+b}{c}$ при $a=8{,}4$; $b=-1{,}2$; $c=-4{,}5$.

Решение. Нужно подставить значения переменных в выражение: $\frac{8{,}4+(-1{,}2)}{-4{,}5}$.

$$\frac{8{,}4+(-1{,}2)}{-4{,}5}=\frac{8{,}4-1{,}2}{-4{,}5}=\frac{7{,}2}{-4{,}5}=-\frac{72}{45}=-\frac{9\cdot 8}{9\cdot 5}=-\frac{8}{5}=-1{,}6.$$

Ответ: $-1{,}6$.

Другие решения. 1. Поставив значения переменных в выражение, выполнить действия над числами (деление можно выполнить «уголком»).

$$\frac{8{,}4+(-1{,}2)}{-4{,}5}=(8{,}4-1{,}2):(-4{,}5)=7{,}2:(-4{,}5)=-1{,}6.$$

2. Умножим числитель и знаменатель на 10:

$$\frac{a+b}{c}=\frac{10a+10b}{10c},$$

подставим значения переменных.

$$\frac{84+(-12)}{-45}=\frac{72}{-45}=-\frac{72}{45}=-\frac{9\cdot 8}{9\cdot 5}=-\frac{8}{5}=-1{,}6.$$

Предостережение. Не потеряйте знак выражения.

Совет. Определите знак числителя, определите знак дроби. Все действия нужно выполнить максимально подробно на черновике.

2. Длина шага человека a см. По какой формуле можно вычислить расстояние s (в метрах), которое пройдет человек, сделав n шагов?

1) $s=\frac{an}{100}$ 2) $s=100an$ 3) $s=an$ 4) $s=\frac{a}{100n}$

Решение. Чтобы найти расстояние в см, нужно длину шага умножить на число шагов: $a \cdot n$. Чтобы расстояние выразить в метрах, нужно $a \cdot n$ разделить на 100, так как 100 см = 1 м, получим $s = \frac{a \cdot n}{100}$.

Ответ: 1.

Другое решение. Подставим конкретные значения, например, длина шага $a = 60$ см; сделано $n = 5$ шагов. Тогда за 5 шагов пройдено — 300 см = 3 м.

Подставляем значения переменных в выражения:

1) $\frac{60 \cdot 5}{100} = 3$ — верно;

2) $100 \cdot 60 \cdot 5 = 30000$ — неверно;

3) $60 \cdot 5 = 300$ — неверно;

4) $\frac{60}{100 \cdot 5} = \frac{3}{25}$ — неверно;

Если выбранные значения длины шага и количества шагов не позволяют определить верный ответ, нужно взять другую пару этих значений.

Предостережение. Не забудьте расстояние, выраженное в см, перевести в м.

Совет. Запишите: 100 см = 1 м.

Обязательно подставьте конкретные значения переменных и найдите значения расстояний по предложенным формулам.

3. Представьте выражение $\frac{a^5 \cdot a^{-2}}{a^{10}}$ в виде степени с основанием a.

1) a^{-20} 2) a^{-4} 3) a^{13} 4) a^{-7}

Решение. $\frac{a^5 \cdot a^{-2}}{a^{10}} = \frac{a^{5+(-2)}}{a^{10}} = \frac{a^3}{a^{10}} = a^{3-10} = a^{-7}$.

Ответ: 4.

Другое решение — «от ответа».

1) $\frac{a^5 \cdot a^{-2}}{a^{10}} = a^{-20}$, $a^5 \cdot a^{-2} = a^{-20} \cdot a^{10}$, $a^3 = a^{-10}$ — неверное равенство при любых значениях a;

2) $\frac{a^5 \cdot a^{-2}}{a^{10}} = a^{-4}$, $a^5 \cdot a^{-2} = a^{-4} \cdot a^{10}$, $a^3 = a^6$ — неверное равенство при любых значениях a;

3) $\frac{a^5 \cdot a^{-2}}{a^{10}} = a^{13}$, $a^5 \cdot a^{-2} = a^{13} \cdot a^{10}$, $a^3 = a^{23}$ — неверное равенство при любых значениях a;

4) $\frac{a^5 \cdot a^{-2}}{a^{10}} = a^{-7}$, $a^5 \cdot a^{-2} = a^{-7} \cdot a^{10}$, $a^3 = a^3$ — верное равенство при всех допустимых значениях a.

Предостережение. Не ошибитесь в применении свойств степеней для выражений с одинаковыми основаниями.

Совет. На черновике выпишите свойства:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}, \quad \frac{a^m}{a^n} = a^m : a^n = a^{m-n}.$$

Аккуратно (без всяких сокращений) запишите применение свойств и выполните действия.

4. Какое из следующих выражений тождественно равно произведению $a(a-2)$?

1) $a(2-a)$ 2) $-a(2+a)$ 3) $-a(2-a)$ 4) $-a(a-2)$

Решение. Преобразуем данное выражение:

$$a(a-2) = a \cdot a - a \cdot 2 = a^2 - 2a.$$

Преобразуем выражения:

1) $a(2-a) = a \cdot 2 - a \cdot a = 2a - a^2 = -a^2 + 2a$ — не совпадает с исходным;

2) $-a(2+a) = -a \cdot 2 - a \cdot a = -2a - a^2 = -a^2 - 2a$ — не совпадает с исходным;

3) $-a(2-a) = -a \cdot 2 - a(-a) = -2a + a^2 = a^2 - 2a$ — совпадает с исходным;

4) $-a(a-2) = -a \cdot a - a \cdot (-2) = -a^2 + 2a$ — не совпадает с исходным.

Ответ: 3.

Другие решения. 1. Преобразуем выражения и сравним с исходным.

1) $a(2-a)=a(-a+2)=-a(a-2)$ — не совпадает с исходным;

2) $-a(2+a)=-a(a+2)$ — не совпадает с исходным;

3) $-a(2-a)=-a(-a+2)=a(a-2)$ — совпадает с исходным;

4) $-a(a-2)$ — не совпадает с исходным.

2. Возьмем какое-нибудь значение переменной, например $a=1$.

При $a=1$ исходное выражение равно: $1\cdot(1-2)=-1$.

1) $1\cdot(2-1)=1$ — не совпадает с исходным;

2) $-1\cdot(2+1)=-3$ — не совпадает с исходным;

3) $-1\cdot(2-1)=-1$ — совпадает с исходным;

4) $-1\cdot(1-2)=1$ — не совпадает с исходным.

Если выбранное значение не позволит определить верный ответ, нужно взять другое значение.

Предостережение. Возможна ошибка в знаках.

Совет. На черновике постарайтесь привести два различных варианта решения.

Например, преобразовав выражения и определив, что исходное и третье выражения тождественно равны, подставьте в эти выражения конкретные значения переменной и убедитесь, что эти выражения принимают равные значения.

5. Упростите выражение $\frac{1}{b-a}\cdot\left(\frac{b}{a}-\frac{a}{b}\right)$.

Решение. $\frac{1}{b-a}\cdot\left(\frac{b}{a}-\frac{a}{b}\right)=\frac{1}{b-a}\left(\frac{b\cdot b}{a\cdot b}-\frac{a\cdot a}{b\cdot a}\right)=$

$$=\frac{1}{b-a}\cdot\frac{b^2-a^2}{ab}=\frac{1\cdot(b^2-a^2)}{(b-a)\cdot ab}=\frac{b^2-a^2}{(b-a)\cdot ab}=\frac{(b-a)(b+a)}{(b-a)\cdot ab}=\frac{b+a}{ab}.$$

Ответ: $\frac{b+a}{ab}$.

Предостережение. Возможны ошибки в разложении на множители числителя.

Возможно неполное решение — без сокращения дроби задание считается невыполненным.

Совет. На черновике постарайтесь записать подробно все преобразования (помните, что при преобразовании дробных выражений всегда нужно проверять на возможность сокращения дроби) и обязательно подставьте несколько значений переменных.

Например, допустив ошибку в применении формулы разности квадратов, получите ответ: $\frac{b-a}{ab}$.

При $a=1$, $b=2$ исходное выражение

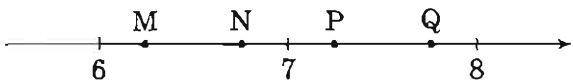
$$\frac{1}{b-a}\cdot\left(\frac{b}{a}-\frac{a}{b}\right)$$

равно

$$\frac{1}{2-1}\cdot\left(\frac{2}{1}-\frac{1}{2}\right)=1\cdot\left(\frac{2}{1}-\frac{1}{2}\right)=2-\frac{1}{2}=1\frac{1}{2}.$$

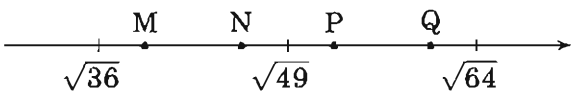
При $a=1$, $b=2$ полученное выражение $\frac{b-a}{ab}$ равно $\frac{2-1}{1\cdot 2}=\frac{1}{2}$. Значения выражения не равны — это свидетельствует о допущенной ошибке, следовательно, нужно перерешать.

6. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\sqrt{39}$. Какая это точка?



1) точка Q 2) точка M 3) точка N 4) точка P

Решение. $6=\sqrt{36}$, $7=\sqrt{49}$, $8=\sqrt{64}$.



$\sqrt{36}<\sqrt{39}<\sqrt{49}$, следовательно, числу $\sqrt{39}$ соответствует одна из точек M или N.

Точка M ближе к числу $\sqrt{36}$, точка N ближе к $\sqrt{49}$.

Отметим середину отрезка: $6{,}5 = \sqrt{42{,}25}$.

$\sqrt{36} < \sqrt{39} < \sqrt{42{,}25}$, следовательно, числу $\sqrt{39}$ соответствует точка M.

Ответ: 2.

Другое решение. $\sqrt{36} < \sqrt{39} < \sqrt{49}$, следовательно, числу $\sqrt{39}$ соответствует одна из точек M или N.

$6^2 = 36$; $6{,}1^2 = 37{,}21$; $6{,}2^2 = 38{,}44$; $6{,}3^2 = 39{,}69$. Следовательно, $6{,}2 < \sqrt{39} < 6{,}3$, т.е. числу $\sqrt{39}$ соответствует точка M (ближайшая к 6).

Предостережение. Не торопитесь с выбором ответа, не сделав каких-либо расчетов.

Совет. Определите, между какими последовательными целыми числами находится число $\sqrt{39}$.

Если этого недостаточно, то нужно извлечь корень с точностью до десятых.

7. Туристическая фирма организует трехдневные автобусные экскурсии. Стоимость экскурсии для одного человека составляет 2500 р., группам предоставляются скидки: группе от 3 до 10 человек — 5%, группе более 10 человек — 10%. Сколько заплатит за экскурсию группа из 6 человек?

1) 15000 р. 2) 2375 р. 3) 750 р. 4) 14250 р.

Решение. Полная стоимость путевок для группы из 6 человек будет составлять $2500 \cdot 6 = 15000$ рублей.

Для группы из 6 человек действует скидка в 5%, т.е. группа должна заплатить 95% от полной стоимости: $15000 \cdot 0{,}95 = 14250$ рублей.

Ответ: 4.

Другое решение. Для группы из 6 человек действует скидка 5%, т.е. стоимость экскурсии для каждого человека из этой группы меньше на 5%. Вычислим скидку для одного

человека: $2500 \cdot 0{,}05 = 125$ р., тогда стоимость экскурсии для одного человека: $2500 - 125 = 2375$ р.

Стоимость экскурсии для всей группы: $6 \cdot 2375 = 14250$ р.

Предостережение. Доводите решение до конца — найдя стоимость экскурсии для одного человека, нужно найти стоимость экскурсии всей группы; найдя скидку для группы, не забудьте найти стоимость всей экскурсии.

Совет. Представьте себе, что это вы должны заплатить за экскурсию группы. Как обычно происходит: каждый сдает по 2500 рублей (сколько получилось?), а потом каждому возвращается скидка (сколько всего нужно вернуть?). Сколько осталось?

Постарайтесь разными способами рассчитать стоимость экскурсии для всей группы.

8. Численность населения Индонезии составляет $2{,}4 \cdot 10^8$ человек, а Грузии — $4{,}7 \cdot 10^6$ человек. Во сколько раз численность населения Индонезии больше численности населения Грузии?

1) примерно в 1,9 раза
2) примерно в 510 раз
3) примерно в 51 раз
4) примерно в 5,1 раза

Решение. Чтобы найти, во сколько раз численность населения Индонезии больше численности населения Грузии, нужно $2{,}4 \cdot 10^8$ разделить на $4{,}7 \cdot 10^6$.

$$\frac{2{,}4 \cdot 10^8}{4{,}7 \cdot 10^6} = \frac{2{,}4 \cdot 10^2 \cdot 10^6}{4{,}7 \cdot 10^6} = \frac{240}{4{,}7} = 51{,}06\ldots$$

Ответ под номером 3 «ближе» к полученному числу.

Ответ: 3.

Другое решение. Нужно постараться записать (прочитать) числа с одинаковой степенью 10.

$2{,}4 \cdot 10^8 = 2{,}4 \cdot 10^2 \cdot 10^6 = 240 \cdot 10^6 = 240$ млн.

$4{,}7 \cdot 10^6 = 4{,}7$ млн.

Теперь делим 240 на 4,7, получаем 51,0..., выбираем третий ответ.

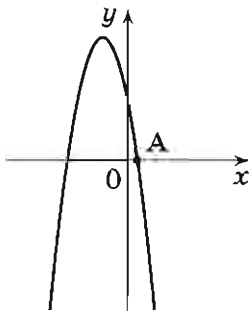
Предостережение. Внимательно прочитайте условие. Можно перепутать какое число на какое делить; можно допустить ошибки при работе со степенями; можно допустить ошибку при делении десятичных дробей.

Совет. Определите большее число. Большее число разделите на меньшее.

9. На рисунке изображен график функции

$$y = -3x^2 - 5x + 2.$$

Вычислите абсциссу точки А.



Решение. Точка А — это точка пересечения графика функции с осью абсцисс.

Составим уравнение: $-3x^2 - 5x + 2 = 0$. Умножим обе части уравнения на -1, получим уравнение: $3x^2 + 5x - 2 = 0$.

По формуле $D = b^2 - 4ac$ вычисляем дискриминант

$$D = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 25 + 24 = 49.$$

По формуле корней $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ находим корни:

$$x_1 = \frac{-5-7}{6} = \frac{-12}{6} = -2; \quad x_2 = \frac{-5+7}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

Точка А лежит правее начала координат, следовательно, абсцисса точки А положительна, т.е. $x = \dfrac{1}{3}$.

Ответ: $\dfrac{1}{3}$.

Предостережение. Не пытайтесь угадывать, потому что число может быть дробным.

Совет. Решайте так, как вы привыкли. Обязательно проверьте корни подстановкой в уравнение.

Корень из дискриминанта всегда извлечется. Ответ можно записывать в любом виде: как записано в ответе или $x = \frac{1}{3}$.

Формулу дискриминанта и формулу корней нужно знать.

10. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x - 3y = 11, \\ 5x + y = 2. \end{cases}$$

Решение. Можно решать систему уравнений любым способом: сложением, подстановкой.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 11, \\ 5x + y = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - 3y = 11, \\ 15x + 3y = 6; \end{cases} \quad \begin{cases} 17x = 17, \\ 2x - 3y = 11; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1, \\ y = -3. \end{cases}$$

Ответ: $x = 1$; $y = -3$.

Другое решение.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 11, \\ 5x + y = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - 3(-5x + 2) = 11, \\ y = -5x + 2; \end{cases} \quad \begin{cases} 17x = 17, \\ y = -5x + 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1, \\ y = -3. \end{cases}$$

Предостережение. При решении системы уравнений обращайте внимание на правильность вычислений.

Совет. Решайте любым способом, обязательно проверьте найденные решения.

11. Прочитайте задачу: «Расстояние между двумя причалами по реке 14 км. На путь от одного причала до другого против течения моторная лодка затратила на 1 ч больше, чем на обратный путь по течению. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки 2 км/ч».

Обозначьте буквой x собственную скорость лодки (в км/ч) и составьте уравнение по условию задачи.

1) $14(x-2)-1=14(x+2)$

2) $\frac{14}{x-2}-\frac{14}{x+2}=1$

3) $\frac{14}{x+2}-\frac{14}{x-2}=1$

4) $14(x+2)-14(x-2)=1$

Решение. x (км/ч) — собственная скорость лодки, тогда $x+2$ (км/ч) — скорость по течению, $x-2$ (км/ч) — скорость против течения.

Расстояние между причалами 14 км, следовательно,

$\frac{14}{x+2}$ (ч) — время движения лодки по течению;

$\frac{14}{x-2}$ (ч) — время движения лодки против течения.

Время движения лодки против течения больше, чем по течению, на 1 час, поэтому составим уравнение: $\frac{14}{x-2}-\frac{14}{x+2}=1$.

Ответ: 2.

Другое решение. Проанализируем записанные уравнения, учитывая, что 14 — это 14 км, 1 — это 1 час, $x+2$ (в км/ч) — скорость лодки по течению, $x-2$ (в км/ч) — скорость лодки против течения.

1) 14 км умножаем на $x-2$ км/ч, получаем $14(x-2)$ км^2/ч. Из км^2/ч нельзя вычесть 1 ч.

2) $\frac{14}{x-2}$ — путь разделили на скорость против течения и получили время движения против течения;

$\frac{14}{x+2}$ — путь разделили на скорость по течению и получили время движения по течению;

$\frac{14}{x-2} - \frac{14}{x+2}$ — от времени движения против течения отняли время движения по течению (время движения против течения больше времени движения по течению) и получили 1 час — соответствует условию.

3) $\frac{14}{x+2}$ — путь разделили на скорость по течению и получили время движения по течению;

$\frac{14}{x-2}$ — путь разделили на скорость против течения и получили время движения против течения;

$\frac{14}{x+2} - \frac{14}{x-2}$ — от времени движения по течению отняли время движения против течения и получили 1 час — не соответствует условию (время движения по течению больше времени движения против течения).

4) Рассуждения такие же, как в первом пункте.

Предостережение. Чтобы не ошибиться: установите большее и от большего отнимите меньшее.

Совет. Постарайтесь внимательно прочитать условие и самостоятельно составить уравнение с учетом обозначенной величины. Проанализируйте каждое уравнение с позиции величин (если путь умножить на скорость, то время получить нельзя). Попробуйте решить каждое уравнение и понять, реальна ли ситуация.

12. Какое из следующих неравенств не следует из неравенства $a - c < b$?

1) $c + b - a < 0$
2) $a - b - c < 0$
3) $c > a - b$
4) $a < b + c$

Решение. $a - c < b$, что означает $a - b - c < 0$.

Приведем каждое неравенство к этому виду.

1) $c + b - a < 0$ — умножим на (-1) и получим $a - b - c > 0$ — не соответствует условию.

2) $a - b - c < 0$ — соответствует условию.

3) $c > a - b$, перенесем все переменные в левую часть и умножим на (-1), получим $a - b - c < 0$ — соответствует условию.

4) $a < b + c$ — перенесем в одну часть, получим $a - b - c < 0$ — соответствует условию.

Ответ: 1.

Другое решение. Попробуем подобрать несколько троек значений a, b и c (сильно различающиеся и различающиеся незначительно).

Рассмотрим тройку: $a = 5$, $b = 4$, $c = 2$, удовлетворяющую исходному неравенству.

1) Подставим значения в неравенство $c + b - a < 0$: $2 + 4 - 5 < 0$, $1 < 0$ — неверное числовое неравенство (не соответствует условию);

2) подставим значения в неравенство $a - b - c < 0$: $5 - 4 - 2 < 0$, $-1 < 0$ — верное числовое неравенство (соответствует условию);

3) подставим значения в неравенство $c > a - b$: $2 > 5 - 4$, $2 > 1$ — верное числовое неравенство (соответствует условию);

4) Подставим значения в неравенство $a < b + c$: $5 < 4 + 2$, $5 < 6$ — верное числовое неравенство.

Предостережение. Непривычно сложная формулировка — есть частица «не».

Возможна ошибка при переносе переменной из одной части в другую (изменение знака).

Возможна ошибка при умножении неравенства на (-1) — не изменили знак неравенства.

Совет. Не забывайте проверить неравенства для конкретных значений переменных.

13. Для каждого неравенства укажите множество его решений.

А) $x^2 + 9 < 0$	1) $\varnothing$
Б) $x^2 - 9 < 0$	2) $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$
В) $x^2 - 9 > 0$	3) $(-3; 3)$

Решение. Решим неравенства.

А) $x^2 + 9 < 0$ — решений нет, следовательно $x \in \varnothing$ — ответ под номером 1.

Б) $x^2 - 9 < 0$, $(x-3)(x+3) < 0$, $x \in (-3; 3)$ — ответ под номером 3.

В) $x^2 - 9 > 0$, $(x-3)(x+3) > 0$, $x \in (-\infty, -3) \cup (3; +\infty)$ — ответ под номером 2.

Ответ: А-1, Б-3, В-2.

Другое решение. Особенность ответов заключается в том, что множества не имеют общих точек, поэтому можно решать «от ответа».

Нужно взять значение из промежутков и проверить правильность неравенств.

2) Возьмем значение переменной из второго множества: −4.

Проверяем неравенства:

При $x = -4$ проверяем неравенство А: $(-4)^2 + 9 < 0$, $25 < 0$ — неверное числовое неравенство.

При $x = -4$ проверяем неравенство Б: $(-4)^2 - 9 < 0$, $7 < 0$ — неверное числовое неравенство.

При $x = -4$ проверяем неравенство В: $(-4)^2 - 9 > 0$, $7 > 0$ — верно, т.е. второе множество — ответ для неравенства В.

3) Возьмем значение из третьего множества: 0.

При $x = 0$ проверяем неравенство А: $0^2 + 0 < 0$, $9 < 0$ — неверное числовое неравенство.

При $x = 0$ проверяем неравенство Б: $0^2 - 9 < 0$, $-9 < 0$ — верно, т.е. третье множество — ответ для неравенства Б.

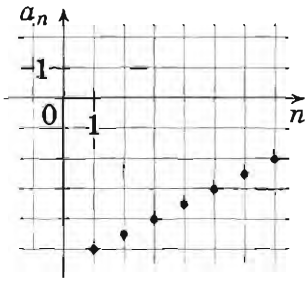
Осталось для неравенства А — первый ответ.

Предостережение. Работы очень много, лучше не спешите!

Следите за знаками, правильностью выполняемых действий.

Совет. Обязательно проверьте решения неравенств контрольными точками.

14. Члены последовательности можно изображать точками на координатной плоскости. Для этого по горизонтальной оси откладывают номер члена, а по вертикальной — соответствующий член последовательности.



На рисунке изображены точками первые семь членов арифметической прогрессии (a_n). Найдите a_1 и d.

Решение. Найдем две точки координатной плоскости с целочисленными координатами и запишем их с учетом обозначений: $a_1 = -5$, $a_3 = -4$.

Учитывая формулу n-го члена арифметической прогрессии: $a_n = a_1 + d(n-1)$, запишем полученное равенство $a_3 = a_1 + 2d$, откуда найдем $d = 0{,}5$.

Ответ: $a_1 = -5$; $d = 0{,}5$.

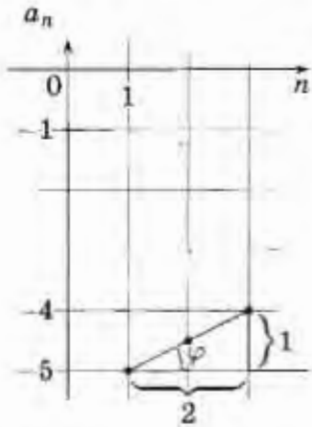
Другое решение. Известно, что формула $a_n = dn + b$, где d и b — числа, задает арифметическую прогрессию. Найдем d и b, учитывая, что все точки лежат на одной прямой.

Прямая $a_n = dn + b$ проходит через точки $(1; -5)$, $(3; -4)$.

$$\begin{cases} d \cdot 1 + b = -5, \\ d \cdot 3 + b = -4; \end{cases} \quad \begin{cases} 2d = 1, \\ d + b = -5; \end{cases} \quad \begin{cases} d = 0{,}5, \\ b = -5{,}5. \end{cases}$$

$a_n = 0{,}5n - 5{,}5$, откуда $a_1 = -5$, $d = 0{,}5$.

Для определения коэффициента d можно воспользоваться тем, что d — угловой коэффициент прямой ($d = \operatorname{tg}\varphi$, где φ — угол наклона прямой к оси абсцисс). По рисунку $\operatorname{tg}\varphi = \frac{1}{2}$.



Получим $a_n = \frac{1}{2}n + b$. Учитывая, что прямая проходит через (1; −5), находим $b = -5{,}5$.

Предостережение. Следите внимательно за действиями.

Вычисление углового коэффициента с помощью графика таит в себе опасности: потеря знака «минус» (в случае убывающей функции) и ошибочное нахождение b (b можно спутать с a_1).

Совет. В этих задачах нужно использовать формулу n-го члена арифметической прогрессии, желательно выписать несколько членов, используя координатную плоскость с отмеченными точками.

Для решения нужно брать только те точки, координаты которых — целые числа.

15. Какая из прямых не пересекает график функции $y = -\frac{2}{x}$?

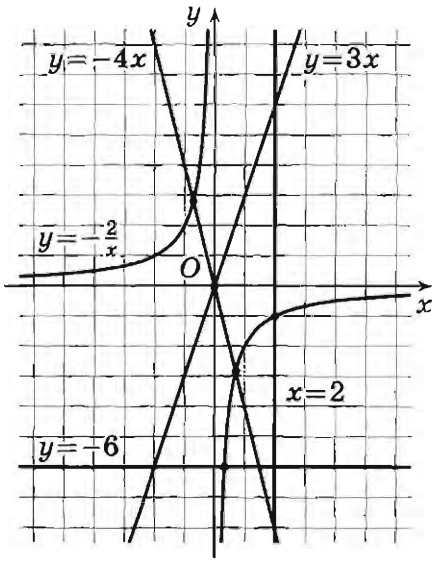
1) $x = 2$ 2) $y = 3x$ 3) $y = -4x$ 4) $y = -6$

Решение. Решать будем «от ответа».

1) Найдем общие точки прямой $x = 2$ и гиперболы $y = -\frac{2}{x}$, для этого подставим значение x в формулу: $y = -\frac{2}{2}$; $y = -1$ — есть общая точка $(2; -1)$ — не удовлетворяет условию.

2) Найдем общие точки прямой $y = 3x$ и гиперболы $y = -\frac{2}{x}$, для этого составим уравнение: $3x = -\frac{2}{x}$; $3x^2 = -2$ — нет корней, следовательно, прямая не пересекает график функции — удовлетворяет условию.

3) Найдем общие точки прямой $y = -4x$ и гиперболы $y = -\frac{2}{x}$, для этого составим уравнение: $-4x = -\frac{2}{x}$; $x^2 = \frac{1}{2}$ — два корня, следовательно, прямая пересекает график функции в двух точках — не удовлетворяет условию.



4) Найдем общие точки прямой $y = -6$ и гиперболы $y = -\frac{2}{x}$, для этого составим уравнение: $-6 = -\frac{2}{x}$; $x = \frac{1}{3}$ — один корень,

следовательно, прямая пересекает график функции в точке $\left(\frac{1}{3}; 6\right)$ — не удовлетворяет условию.

Ответ: 2.

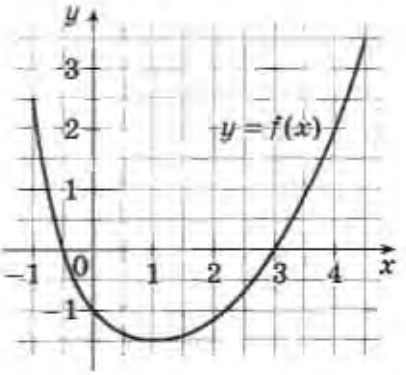
Другое решение. Графиком функции $y = -\frac{2}{x}$ является гипербола, ветви которой расположены во второй и четвертой четвертях.

Схематично нарисовав гиперболу и все прямые, можно увидеть, какая прямая не имеет общих точек с гиперболой.

Предостережение. Можно ответить не на вопрос задания.

Совет. Можно использовать любой способ решения. Графический способ обязательно нужно проверить, составив уравнение.

16. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, заданной на промежутке $[-1; 4,5]$. Из приведенных ниже утверждений выберите верное.



1) Наименьшее значение функции $y = f(x)$ равно $-1,5$

2) Функция $y = f(x)$ убывает на промежутке $[1; 4,5]$

3) $f(x) < 0$ при $-0,5 < x < 4,5$

4) $f(-1) = 0$

Решение. 1) Наименьшее значение функции (читаем график) равно $(-1{,}5)$ — верное утверждение.

2) Функция $y=f(x)$ убывает (читаем график) на промежутке $[-1; 1]$, следовательно, второе утверждение неверное.

3) $f(x)<0$ (читаем график) на промежутке $(-0{,}5; 3)$, следовательно, третье утверждение неверное.

4) $f(-1)=2{,}5$, следовательно, четвертое утверждение неверное.

Ответ: 1.

Предостережение. Отвечайте на поставленный вопрос.

Совет. Постарайтесь дать полный ответ в каждом пункте с использованием графика, и только после этого выбрать то утверждение, которое отвечает на вопрос задания.

Решение заданий второй части. Предостережения. Советы

17. Разложите на множители

$$c^2-a-1+ac^2.$$

Решение. $c^2-a-1+ac^2=c^2+ac^2-a-1=c^2(a+1)-(a+1)=$
$=(a+1)(c^2-1)=(a+1)(c-1)(c+1).$

Предостережение. Можно разложение на множители не довести до конца.

Совет. Обязательно ищите разложение способом группировки и с использованием формул сокращенного умножения — чаще всего используется формула «разность квадратов».

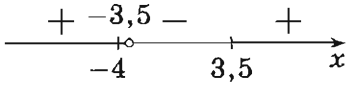
18. Найдите область определения выражения

$$\frac{\sqrt{28-x-2x^2}}{2x+7}.$$

Решение. Область определения выражения задается условиями:

$$\begin{cases} 28 - x - 2x^2 \geqslant 0, \\ 2x + 7 \neq 0. \end{cases}$$

1. Решим неравенство: $28 - x - 2x^2 \geqslant 0$, $2x^2 + x - 28 \leqslant 0$; $2x^2 + x - 28 = 0$; $x_1 = \frac{-1 - \sqrt{225}}{4} = \frac{-16}{4} = -4$; $x_2 = \frac{-1 + \sqrt{225}}{4} = \frac{14}{4} = 3{,}5$.



Неравенство выполняется на промежутке $-4 \leqslant x \leqslant 3{,}5$.

2. $2x + 7 \neq 0$, т.е. $x \neq -3{,}5$.

3. Учитывая оба этих условия, запишем ответ:

$$x \in [-4; -3{,}5) \cup (-3{,}5; 3{,}5].$$

Ответ: $x \in [-4; -3{,}5) \cup (-3{,}5; 3{,}5]$.

Предостережение. Все вычисления должны быть выполнены аккуратно.

Совет. При нахождении области определения выражения обязательно учитывайте условия: подкоренное выражение должно быть больше или равно нулю, знаменатель должен быть отличен от нуля.

19. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, которые не делятся на 4.

Решение.

1. Найдем сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160. 1; 2; 3; ... — арифметическая прогрессия: $a_1 = 1$, $d = 1$. $S_{160} = \frac{a_1 + a_{160}}{2} \cdot 160$, $S_{160} = \frac{1 + 160}{2} \cdot 160 = 12880$.

2. Найдем сумму всех натуральных чисел, кратных 4 и не превосходящих 160. Последовательность (b_n) чисел, кратных 4, задается формулой $b_n = 4n$. (b_n) — арифметическая прогрессия с $b_1 = 4$, $d = 4$; $b_n = 160$, $n = 40$.

$S_{40} = \frac{b_1 + b_{40}}{2} \cdot 40$, $S_{40} = \frac{4 + 160}{2} \cdot 40 = 82 \cdot 40 = 3280$.

3. Найдем сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, которые не делятся на 4. Эта сумма равна сумме всех натуральных чисел, не превосходящих 160, без суммы натуральных чисел, кратных 4. $12880 - 3280 = 9600$.

Ответ: 9600.

Предостережение. Все вычисления должны быть выполнены аккуратно.

Совет. При нахождении суммы n первых членов арифметической прогрессии выпишите формулу суммы, вычисления выполняйте подробно.

20. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (2y+1)(x-3) = 0, \\ 2y^2 - x - 2y = 9. \end{cases}$$

Решение.

Рассмотрим первое уравнение системы $(2y+1)(x-3) = 0$. Произведение двух множителей равно нулю, если один из множителей равен нулю. Составим две системы уравнений:

$$\begin{cases} 2y+1 = 0, \\ 2y^2 - x - 2y = 9 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x - 3 = 0, \\ 2y^2 - x - 2y = 9. \end{cases}$$

1. Решим первую систему уравнений:

$$\begin{cases} 2y+1 = 0, \\ 2y^2 - x - 2y = 9; \end{cases} \begin{cases} y = -0{,}5, \\ 2(-0{,}5)^2 - x - 2(-0{,}5) = 9; \end{cases} \begin{cases} y = -0{,}5, \\ x = -7{,}5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -7{,}5, \\ y = -0{,}5. \end{cases}$$

2. Решим вторую систему уравнений:

$$\begin{cases} x-3=0, \\ 2y^2-x-2y=9; \end{cases} \quad \begin{cases} x=3, \\ 2y^2-3-2y=9; \end{cases} \quad \begin{cases} x=3, \\ 2y^2-2y-12=0; \end{cases}$$

$$y^2-y-6=0, \quad y_1=-2, \ y_2=3.$$

Следовательно, решением второй системы уравнений являются две пары чисел: (3; −2), (3; 3).

3. Решением исходной системы уравнений являются три пары чисел: (3; −2), (3; 3), (−7,5; −0,5).

Ответ: (3; −2), (3; 3), (−7,5; −0,5).

Предостережение. Аккуратно решите квадратное уравнение, не забудьте выписать все решения системы уравнений.

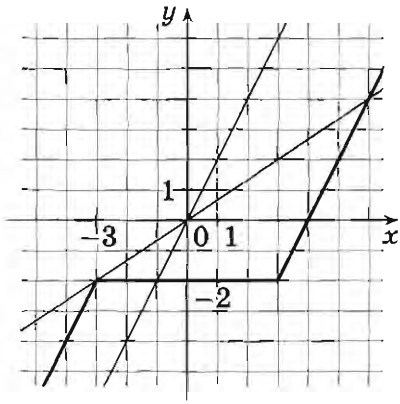
Совет. Найдя решения системы уравнений, обязательно проверьте подстановкой.

21. Найдите все значения k, при которых прямая $y=kx$ пересекает в трех различных точках график функции

$$y=\begin{cases} 2x+4, & \text{если } x<-3, \\ -2, & \text{если } -3\leqslant x\leqslant 3, \\ 2x-8, & \text{если } x>3. \end{cases}$$

Решение. Построим график функции

$$y=\begin{cases} 2x+4, & \text{если } x<-3, \\ -2, & \text{если } -3\leqslant x\leqslant 3, \\ 2x-8, & \text{если } x>3. \end{cases}$$



Прямая $y = kx$ (проходящая через начало координат) пересекает график функции в трех различных точках, если ее угловой коэффициент больше углового коэффициента прямой, проходящей через точку $(-3; -2)$ и начало координат, и меньше углового коэффициента прямой, параллельной прямым $y = 2x - 8$ и $y = 2x + 4$.

Найдем угловой коэффициент прямой, проходящей через точку $(-3; -2)$: $-2 = -3k$, $k = \frac{2}{3}$.

Угловой коэффициент k прямой, параллельной прямой $y = 2x - 8$, равен 2.

Прямая $y = kx$ имеет с графиком функции три общие точки при $\frac{2}{3} < k < 2$.

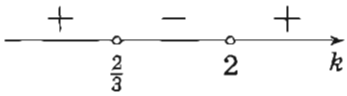
Ответ: $\frac{2}{3} < k < 2$.

Другое решение. График функции состоит из трех линейных частей, следовательно, чтобы прямая $y = kx$ имела три общие точки с этим графиком, нужно, чтобы прямая $y = kx$ пересекла каждое звено ломаной.

1) Найдем значения k, при которых есть пересечение прямой $y = kx$ с первым звеном графика функции: $y = 2x + 4$ при $x < -3$.

$kx = 2x + 4$, $(k - 2)x = 4$; если $k = 2$, то корней нет, если $k \neq 2$, то $x = \frac{4}{k - 2}$.

$x < -3$, $\frac{4}{k-2} < -3$, $\frac{3k-2}{k-2} < 0$,



$\frac{2}{3} < k < 2$.

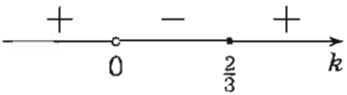
2) Найдем значения k, при которых есть пересечение прямой $y = kx$ со вторым звеном графика функции: $y = -2$ при $-3 \leqslant x \leqslant 3$.

$kx = -2$; если $k = 0$ то корней нет, если $k \neq 0$, то $x = \frac{-2}{k}$.

$-3 \leqslant x \leqslant 3$, $-3 \leqslant \frac{-2}{k} \leqslant 3$,

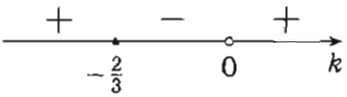
$$\begin{cases} -3 \leqslant \frac{-2}{k}, \\ \frac{-2}{k} \leqslant 3; \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{3k-2}{k} \geqslant 0, \\ \frac{3k+2}{k} \geqslant 0. \end{cases}$$

Решение первого неравенства:



$k \in (-\infty; 0) \cup \left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

Решение второго неравенства:



$k \in \left(-\infty; -\frac{2}{3}\right] \cup (0; +\infty)$.

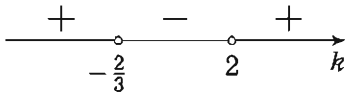
Решение системы неравенств:

$$k \in \left(-\infty; -\frac{2}{3}\right] \cup \left[\frac{2}{3}; +\infty\right).$$

3) Найдем значения k, при которых есть пересечение прямой $y = kx$ с третьим звеном графика функции: $y = 2x - 8$ при $x > 3$.

$kx = 2x - 8$, $(k - 2)x = -8$; если $k = 2$, то корней нет, если $k \neq 2$, то $x = \dfrac{-8}{k-2}$.

$x > 3$, $\dfrac{-8}{k-2} > 3$, $\dfrac{3k+2}{k-2} < 0$,



$-\dfrac{2}{3} < k < 2$.

4) Пересечение всех звеньев графика функции прямой $y = kx$ возможно при $\dfrac{2}{3} < k < 2$, т.е. при $\dfrac{2}{3} < k < 2$ прямая $y = kx$ пересекает в трех различных точках график функции

$$y = \begin{cases} 2x + 4, & \text{если } x < -3, \\ -2, & \text{если } -3 \leqslant x \leqslant 3, \\ 2x - 8, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

Предостережение. Все построения и вычисления должны быть выполнены аккуратно.

Совет. Постарайтесь как можно больше иллюстрировать решения.

Пример экзаменационного варианта 2009 года

Часть 1

1. Площадь поверхности Земли равна 510 млн км^2. Как эта величина записывается в стандартном виде?

1) $5{,}10 \cdot 10^9$ км^2
2) $5{,}10 \cdot 10^8$ км^2
3) $5{,}10 \cdot 10^7$ км^2
4) $5{,}10 \cdot 10^6$ км^2

2. В девятых классах школы 62 учащихся. В школьных спортивных секциях занимаются 25 девятиклассников. Сколько примерно процентов девятиклассников занимаются в школьных спортивных секциях?

1) 0,4 %
2) 40 %
3) 25 %
4) 2,5 %

3. На координатной прямой отмечены числа a и b. Какое из приведенных утверждений *неверно*?

1) $a+b<0$
2) $a-b>0$
3) $ab<0$
4) $a^2b>0$

4. Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt{a}}{1-\sqrt{c}}$ при $a=0{,}36$, $c=0{,}25$.

Ответ: _____

5. Из формулы частоты обращения $n=\dfrac{N}{t}$ выразите число полных оборотов N.

1) $N=nt$
2) $N=\dfrac{n}{t}$
3) $N=\dfrac{1}{nt}$
4) $N=\dfrac{t}{n}$

6. Расположите в порядке убывания числа $\sqrt{26}$, $2\sqrt{6}$ и 5.

1) $2\sqrt{6}$, 5, $\sqrt{26}$
2) $\sqrt{26}$, $2\sqrt{6}$, 5
3) $\sqrt{26}$, 5, $2\sqrt{6}$
4) 5, $2\sqrt{6}$, $\sqrt{26}$

7. Сократите дробь $\frac{2xy}{xy - x^2}$.

1) $\frac{2x}{y - x}$ 2) $\frac{2}{1 - x}$ 3) $-\frac{2}{x^2}$ 4) $\frac{2y}{y - x}$

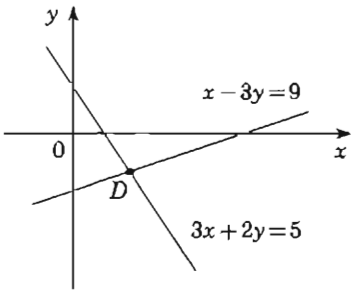
8. Преобразуйте в многочлен выражение: $(1 - y)^2 - y(y + 2)$.

Ответ: _____

9. Решите уравнение $5x^2 - 7x + 2 = 0$.

Ответ: _____

10. Вычислите координаты точки D.



Ответ: _____

11. Прочитайте задачу:

«В трех группах детского сада 65 детей. В младшей группе в 2 раза меньше детей, чем в средней, а в старшей — на 10 детей меньше, чем в средней. Сколько детей в младшей группе?»

Какое уравнение соответствует условию задачи, если буквой x обозначено число детей в младшей группе?

1) $x + \frac{x}{2} + (x - 10) = 65$

2) $x + (x - 10) + 2(x - 10) = 65$

3) $x + \frac{x}{2} + \left(\frac{x}{2} - 10\right) = 65$

4) $x + 2x + (2x - 10) = 65$

12. Из арифметических прогрессий, заданных формулой n-го члена, выберите ту, для которой выполняется условие $a_{25} > 0$.

1) $a_n = -4n$
2) $a_n = 4n - 100$
3) $a_n = -4n + 150$
4) $a_n = 4n - 150$

13. Решите неравенство $8 - \frac{1}{8}x > 0$.

1) $x > 1$
2) $x > -1$
3) $x < 64$
4) $x < -64$

14. Для каждого неравенства укажите множество его решений.
В таблице под каждой буквой запишите номер соответствующего ответа.

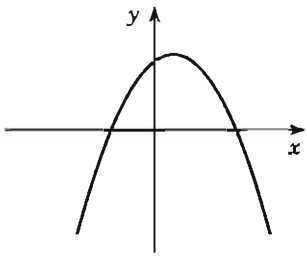
А) $x^2 - 1 < 0$
Б) $x^2 + 1 < 0$
В) $x^2 - 1 > 0$

1) $\varnothing$
2) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
3) $(-1; 1)$

Ответ:

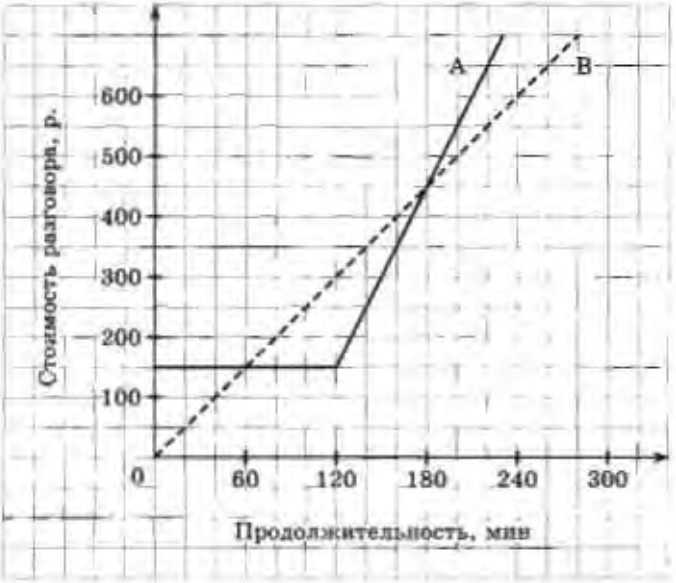
А	Б	В

15. На рисунке изображен график функции $y = ax^2 + bx + c$. Определите знаки коэффициента a и дискриминанта D.



1) $a > 0$, $D > 0$
2) $a > 0$, $D < 0$
3) $a < 0$, $D > 0$
4) $a < 0$, $D < 0$

16. Компания предлагает на выбор два различных тарифа для оплаты телефонных разговоров: тариф А и тариф В. Для каждого тарифа зависимость стоимости разговора от его продолжительности изображена графически. На сколько минут хватит 400 р., если используется тариф В?



Ответ: _____

Часть 2

При выполнении заданий 17–21 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

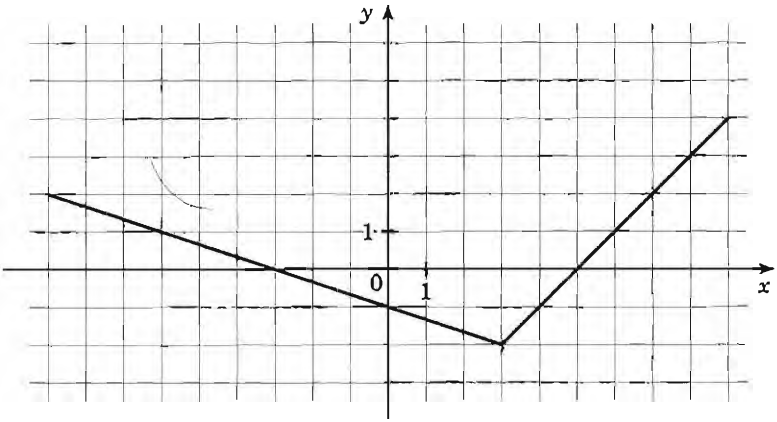
17. Решите уравнение $x^3 - 5x^2 - 9x + 45 = 0$.

18. Решите неравенство $(2\sqrt{5} - 5)(4x - 7) > 0$.

19. В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 132, а сумма второго и третьего членов равна 110. Найдите первые три члена этой прогрессии.

20. При каких значениях m и n, связанных соотношением $m - n = 1$, выражение $m^2 - 6mn + 4n^2$ принимает наибольшее значение?

21. Задайте аналитически (т.е. с помощью формул) функцию, график которой изображен на рисунке.



Решение заданий первой части. Предостережения. Советы

1. Площадь поверхности Земли равна 510 млн км^2. Как эта величина записывается в стандартном виде?

1) $5{,}10 \cdot 10^9$ км^2 3) $5{,}10 \cdot 10^7$ км^2

2) $5{,}10 \cdot 10^8$ км^2 4) $5{,}10 \cdot 10^6$ км^2

Решение. Млн — это 1 000 000 (шесть нулей), тогда 510 млн = 510 000 000 = $5{,}1 \cdot 10^8$.

Стандартным видом положительного числа называется его запись в виде $a \cdot 10^n$ при условиях: $1 \leqslant a < 10$ и $n \in \mathbb{Z}$.

Ответ: 2.

Другие решения. 1. Запишем каждое число в стандартном виде: $510 = 5{,}1 \cdot 10^2$; млн — это 10^6, тогда 510 млн $= 5{,}1 \cdot 10^2 \times \times 10^6 = 5{,}1 \cdot 10^8$.

2. 510 млн — это 510 000 000.

Первый ответ $5{,}10 \cdot 10^9 = 5\,100\,000\,000$ — не соответствует условию.

Второй ответ $5{,}10 \cdot 10^8 = 510\,000\,000$ — соответствует условию. Поскольку нужно выбрать один ответ, то мы его нашли: ответ под номером 2.

Предостережение. 22,1 % всех участников экзамена[1] не смогли решить это задание.

Есть опасность запутаться с количеством нулей.

При незнании определения стандартного вида числа можно попасть в ловушку (в этом варианте ее нет). Например, если бы варианты ответов были даны такими:

1) $51{,}0 \cdot 10^7$ км^2 3) $0{,}51 \cdot 10^9$ км^2

2) $5{,}10 \cdot 10^8$ км^2 4) $5{,}10 \cdot 10^6$ км^2

[1] Эти данные приводятся по статистике выполнения заданий государственной итоговой аттестации по алгебре в г. Москве в 2009 году (участвовало 40 000 девятиклассников).

то три первых числа и есть 510 000 000 = 510 млн, но только одно из них записано в стандартном виде. Если перебирать ответы «до первого правильного», то можно ошибиться.

Совет. Запишите число, которое получится умножением на степень 10. Если число умножается на 10^9, то запятая переносится на 9 цифр вправо (справа к десятичной дроби можно приписать любое количество нулей).

Внимательно читайте задание, обращая внимание на особые требования к числу: стандартный вид.

2. В девятых классах школы 62 учащихся. В школьных спортивных секциях занимаются 25 девятиклассников. Сколько примерно процентов девятиклассников занимаются в школьных спортивных секциях?

1) 0,4 % 2) 40 % 3) 25 % 4) 2,5 %

Решение. Нужно найти, сколько процентов составляет 25 от 62. Для этого поделим 25 на 62 и умножим на 100.

$25 : 62 \cdot 100 \approx 0{,}40 \cdot 100 = 40$, т.е. правильный ответ 2).

Ответ: 2.

Другие решения. 1. Решим задачу «от ответа»:

Рассмотрим первый ответ. 0,4 % = 0,004, тогда 0,4 % от 62 составляет $0{,}004 \cdot 62 = 0{,}248$ — менее одного человека — не соответствует условию задачи;

Рассмотрим второй ответ. 40 % = 0,4, тогда 40 % от 62 составляет $0{,}4 \cdot 62 = 24{,}8$ — примерно 25 человек — соответствует условию задачи. поскольку нужно выбрать один ответ, то мы его нашли: ответ под цифрой 2.

2. Попробуем решить задачу «оценкой».

25 % от 62 — это четверть от 62, т.е. чуть больше 15, а так как в спортивных секциях занимается больше девятиклассников, то и число процентов должно быть больше, а такое число только одно — 40 % — под номером 2.

Предостережение. 6,8 % всех участников экзамена не смогли решить это задание.

Важно не перепутать, что на что делить. Неверный ответ 4) получается, если сделать две ошибки: поделить 62 на 25

(во сколько раз 62 больше 25), а потом, получив примерно 2,5, просто дописать к «разам» знак процента.

Совет. Найдите в условии задачи то число, часть от которого нужно найти. Вычислите, какую часть составляет другое число по отношению к этому, запишите в процентах (умножением на 100), если нужно, округлите.

Все вычисления аккуратно выполняйте на черновике.

3. На координатной прямой отмечены числа a и b. Какое из приведенных утверждений неверно?

1) $a+b<0$ 2) $a-b>0$ 3) $ab<0$ 4) $a^2b>0$

Решение. Давайте посмотрим на рисунок: a — число положительное (правее нуля); b — число отрицательное (левее нуля); число b находится дальше от нуля, следовательно, модуль числа b больше модуля числа a.

Рассмотрим $a+b$: при сложении положительного числа с отрицательным знак суммы совпадает со знаком числа с большим модулем, т.е. $a+b<0$ — верное утверждение.

Рассмотрим $a-b$: при вычитании из положительного числа a отрицательного числа b нужно к положительному числу a прибавить противоположное число к числу b, т.е. к положительному числу нужно прибавить положительное — получится положительное число, следовательно, утверждение $a-b>0$ — верное утверждение.

Рассмотрим ab: при умножении положительного и отрицательного числа произведение отрицательно, т.е. $ab<0$ — верное утверждение.

Получили верные утверждения под цифрами 1, 2 и 3. Так как в списке всех утверждений только одно неверное, следовательно, это утверждение под номером 4.

Действительно, a^2 — положительное число, b — отрицательное, произведение a^2b положительного и отрицательного чисел — отрицательное число, т.е. утверждение $a^2b>0$ — неверное утверждение.

Ответ: 4.

Другое решение. Опишем рисунок: a — число положительное (правее нуля); b — число отрицательное (левее нуля); число b находится дальше от нуля, следовательно, модуль числа b больше модуля числа a.

Рассмотрим конкретные значения a и b (если для них мы сможем однозначно выбрать верный ответ, то он и будет правильным решением): $a = 1$, тогда $b = -2$.

Рассмотрим первое утверждение: $a + b = 1 + (-2) = -(2 - 1) = -1 < 0$, т.е. $a + b < 0$ — верное утверждение.

Рассмотрим второе утверждение: $a - b = 1 - (-2) = 1 + 2 = 3 > 0$, т.е. $a - b > 0$ — верное утверждение.

Рассмотрим третье утверждение: $ab = 1 \cdot (-2) = -2 < 0$, т.е. $ab < 0$ — верное утверждение.

Рассмотрим четвертое утверждение: $a^2b = 1^2 \cdot (-2) = -2 < 0$, т.е. утверждение $a^2b > 0$ — неверное утверждение.

Предостережение. 10,7 % всех участников экзамена не смогли решить это задание.

В этом задании есть еще и логическая сложность — какое из приведенных утверждений *неверно*. Неправильно прочитав (или не дочитав) условие и увидев, что первое утверждение верно, сдающие экзамен выбирали ответ под номером 1.

Совет. Внимательно прочитайте вопрос. Подчеркните слово «неверно». Прежде чем отметить выбранный ответ, перепроверьте: на тот ли вопрос собираетесь дать ответ.

Рисунок с координатной прямой и отмеченными точками дает представления о координатах точек, точнее, о модуле и знаке числа. С этих позиций и следует начинать анализировать задачу. При анализе данных утверждений нужно помнить правила выполнения арифметических действий с положительным и отрицательным числами.

При определении истинности утверждений обязательно нужно проговорить правила так же, как и в приведенном решении.

При выполнении таких заданий (с буквами) можно попробовать свести решение к выполнению действий с числовыми значениями так же, как и в приведенном другом решении. В этом случае все вычисления нужно аккуратно выполнить на черновике.

Не старайтесь выполнить это задание в уме.

4. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{a}}{1-\sqrt{c}}$ при $a = 0{,}36$, $c = 0{,}25$.

Решение. Подставим значения переменных: $\sqrt{a} = \sqrt{0{,}36} = 0{,}6$; $\sqrt{c} = \sqrt{0{,}25} = 0{,}5$.

Осталось вычислить: $\frac{0{,}6}{1-0{,}5}$. $\frac{0{,}6}{1-0{,}5} = \frac{0{,}6}{0{,}5} = \frac{0{,}6 \cdot 2}{0{,}5 \cdot 2} = \frac{1{,}2}{1} = 1{,}2$.

Ответ: 1,2.

Предостережение. 18,6 % всех участников экзамена не смогли решить это задание.

При выполнении этого задания есть опасность неправильного извлечения квадратного корня из числа и неверной подстановки значений переменных в исходное выражение.

Совет. При наличии в выражении квадратного корня сначала выполните действия с корнем.

При извлечении корня из числа обязательно записывайте действия, как в решении ($\sqrt{0{,}36} = 0{,}6$), для того чтобы можно было проверить правильность выполнения действия ($0{,}6^2 = 0{,}36$).

Аккуратно запишите полученные значения выражений в исходное выражение (не перепутайте значения a и c), после этого вычислите значение получившегося числового выражения, максимально подробно записывая все действия на черновике.

Заданиях с кратким ответом проверяются экспертами, а не компьютером, поэтому никаких особых требований к форме записи ответа в таких заданиях не предъявляется. Например, ответы $\frac{6}{5}$, $1\frac{1}{5}$, $1\frac{2}{10}$, $\frac{12}{10}$ засчитывались как правильные.

5. Из формулы частоты обращения $n = \frac{N}{t}$ выразите число полных оборотов N.

1) $N = nt$ 2) $N = \frac{n}{t}$ 3) $N = \frac{1}{nt}$ 4) $N = \frac{t}{n}$

Решение. Запишем выражение $n = \frac{N}{t}$ в виде $N : t = n$. Чтобы найти неизвестное делимое, нужно частное умножить на делитель, т.е. $N = nt$.

Ответ: 1.

Другие решения. 1. Запишем выражение $n = \frac{N}{t}$ в виде пропорции $\frac{n}{1} = \frac{N}{t}$. По основному свойству пропорции (произведение крайних членов равно произведению средних членов пропорции): $1 \cdot N = n \cdot t$, т.е. $N = nt$.

2. Умножим левую и правую части равенства на t: $n \cdot t = \frac{N}{t} \cdot t$, откуда $N = nt$.

3. Перейдем от буквенного выражения к числовому. Например, при $n = 50$, $N = 100$, $t = 2$ получим выражение $50 = \frac{100}{2}$, откуда $100 = 50 \cdot 2$. Вернувшись к буквенному выражению, получим $N = nt$.

4. Постараемся найти аналогию с известной формулой. Можно N считать расстоянием, тогда n — это скорость, t — время. Известная формула: расстояние равно произведению скорости и времени ($S = vt$). Тогда по аналогии $N = nt$.

Предостережение. 10,8 % всех участников экзамена не смогли решить это задание.

Совет. При выполнении таких заданий (с буквами) нужно постараться свести решение к известным математическим моделям, например, как в приведенном решении, к уравнению (или к решению пропорции).

Можно попробовать свести буквенное выражение к числовому, как в приведенном другом решении.

Можно попытаться найти аналогии с известными формулами.

6. Расположите в порядке убывания числа $\sqrt{26}$, $2\sqrt{6}$ и 5.

1) $2\sqrt{6}$, 5, $\sqrt{26}$
2) $\sqrt{26}$, $2\sqrt{6}$, 5
3) $\sqrt{26}$, 5, $2\sqrt{6}$
4) 5, $2\sqrt{6}$, $\sqrt{26}$

Решение. Запишем все числа в одном виде: $2\sqrt{6} = \sqrt{24}$; $5 = \sqrt{25}$. Так как $26 > 25 > 24$, то, по свойству квадратного корня, в порядке убывания данные числа будут расположены так: $\sqrt{26}$; $\sqrt{25}$; $\sqrt{24}$, т.е. $\sqrt{26}$; 5; $2\sqrt{6}$.

Ответ: 3.

Другое решение. Решим задание «от ответа», предварительно записав числа в одном виде: $\sqrt{26}$; $2\sqrt{6} = \sqrt{24}$; $5 = \sqrt{25}$.

Рассмотрим первый ответ: $\sqrt{24}$, $\sqrt{25}$, $\sqrt{26}$ — нет убывания.

Рассмотрим второй ответ: $\sqrt{26}$; $\sqrt{24}$, $\sqrt{25}$ — нет убывания.

Рассмотрим третий ответ: $\sqrt{26}$, $\sqrt{25}$, $\sqrt{24}$ — есть убывание.

Предостережение. 16 % всех участников экзамена не смогли решить это задание. Есть опасность вместо порядка убывания рассматривать порядок возрастания.

Совет. Для того чтобы сравнивать числа, нужно записать эти числа в одном виде: дроби с разными знаменателями привести к одному знаменателю, числа, в записи которых есть корень, — к виду корня из числа (так же, как и в решении).

Обязательно запишите все решения на черновике.

Особое внимание уделите вопросу задания: порядок возрастания или порядок убывания нужен?

7. Сократите дробь $\dfrac{2xy}{xy - x^2}$.

1) $\dfrac{2x}{y - x}$ 2) $\dfrac{2}{1 - x}$ 3) $-\dfrac{2}{x^2}$ 4) $\dfrac{2y}{y - x}$

Решение. Разложим на множители числитель и знаменатель дроби, а потом поделим числитель и знаменатель дроби на один и тот же множитель: $\dfrac{2xy}{xy - x^2} = \dfrac{2 \cdot x \cdot y}{x(y - x)} = \dfrac{2y}{y - x}$.

(Формально это действие корректно при $x \neq 0$, но в заданиях такого типа предполагается, что все действия выполняются именно при допустимых значениях переменных, и отдельно оговаривать это не требуется. Важно не забывать об этом при решении других задач, например, при решении уравнений.

Поэтому не будет ошибкой, если записать условие на переменную в этом задании.)

Ответ: 4.

Другие решения. 1. Перейдем от буквенного выражения к числовому; пусть $x = 2$, $y = 3$.

При $x = 2$, $y = 3$ исходное выражение примет вид $\frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 3 - 2^2} = \frac{12}{6 - 4} = \frac{12}{2} = 6$.

Первое выражение при $x = 2$, $y = 3$ примет вид $\frac{2 \cdot 2}{3 - 2} = 4$ — не совпадает со значением исходного выражения.

Второе выражение при $x = 2$, $y = 3$ примет вид $\frac{2}{1 - 2} = -2$ — не совпадает со значением исходного выражения.

Третье выражение при $x = 2$, $y = 3$ примет вид $-\frac{2}{2^2} = -\frac{1}{2}$ — не совпадает со значением исходного выражения.

Четвертое выражение при $x = 2$, $y = 3$ примет вид $\frac{2 \cdot 3}{3 - 2} = 6$ — совпадает со значением исходного выражения.

2. Если взять $y = 0$, то исходное выражение равно нулю. Из четырех выражений при $y = 0$ только выражение под номером 4 принимает нулевое значение.

Предостережение. 11 % всех участников экзамена не смогли решить это задание. Есть соблазн «зачеркнуть» одинаковые выражения в числителе и знаменателе.

Совет. Для того чтобы сократить дробь, нужно числитель и знаменатель дроби разложить на множители. Сократить — это значит поделить числитель и знаменатель дроби на один и тот же множитель.

Все преобразования нужно аккуратно записывать на черновике.

В качестве проверки перейдите от буквенного выражения к числовому так же, как в приведенном другом решении, аккуратно записав все действия на черновике.

8. Преобразуйте в многочлен выражение:

$$(1-y)^2-y(y+2).$$

Решение. $(1-y)^2-y(y+2)=1-2y+y^2-(y^2+2y)=1-2y+$ $+y^2-y^2-2y=1-4y$.

Ответ: $1-4y$.

Предостережение. 25,5 % всех участников экзамена не смогли решить это задание. В задании есть два момента, в которых допускается самое большое количество ошибок: применение формул сокращенного умножения и раскрытие скобок, перед которыми стоит знак «минус».

Если в этом выражении были просто раскрыты скобки и не приведены подобные члены, то ответ засчитывался как неправильный.

Совет. Решив задание, не торопитесь переходить к следующему номеру — проверьте правильность ответа, перейдя к числовому выражению.

Получилось, что выражение $(1-y)^2-y(y+2)$ равно $1-4y$ при всех значениях переменной. Проверим, например, при $y=2$. Первое выражение принимает значение -7, второе — такое же. Если, взяв еще одно-два значения переменной, получим значения, то можно сделать вывод: ответ правильный.

Если же хотя бы при одном значении переменной получаются неравные значения выражений, то явно допущена ошибка в преобразовании буквенного выражения. Предположим, получилось, что исходное выражение равно $3-y^2$ (были и такие ответы). Тогда при том же значении $y=2$ исходное выражение и полученное принимают разные значения. Следовательно, допущена ошибка и ответ неверный.

Забыв формулу сокращенного умножения «квадрат разности», выведите ее, записав $(1-y)^2=(1-y)(1-y)$ и перемножив двучлены.

Ни в коем случае не выполняйте одновременно два действия: умножение одночлена на двучлен и раскрытие скобок, перед которыми стоит знак «минус». Сначала выполните умножение, а потом раскрытие скобок (как в приведенном решении). Аккуратно все запишите на черновике.

Не забывайте приводить подобные члены при преобразовании буквенного выражения в многочлен.

9. Решите уравнение $5x^2 - 7x + 2 = 0$.

Решение. Решим квадратное уравнение: $5x^2 - 7x + 2 = 0$.

По формуле $D = b^2 - 4ac$ вычисляем дискриминант $D = 7^2 - 4 \cdot 5 \cdot 2 = 49 - 40 = 9$.

По формуле корней $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ находим корни: $x_1 = \frac{7-3}{10} = 0{,}4$; $x_2 = \frac{7+3}{10} = 1$.

Ответ: 0,4; 1.

Другое решение. Угадаем корень. Заметим, что сумма коэффициентов равна нулю, следовательно, 1 — корень уравнения. Подставим $x = 1$ в уравнение и убедимся в том, что это корень. По теореме Виета произведение корней этого уравнения равно $\frac{2}{5}$, значит, второй корень равен 0,4.

Можно поискать целые корни уравнения среди делителей свободного члена: -1, 1, -2, 2; подстановкой в исходное уравнение найдем корень 1.

Предостережение. 22 % всех участников экзамена не смогли решить это задание.

Кроме «обычных» вычислительных ошибок и незнания формул для решения квадратного уравнения встречаются ошибки: не извлечен корень из дискриминанта, забыт коэффициент при x^2.

Совет. Решайте уравнение так, как вы привыкли (умеете). Обязательно проверьте корни подстановкой в уравнение.

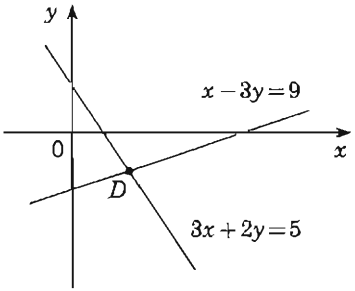
Корень из дискриминанта в таких заданиях всегда извлекается.

Ответ можно записывать в любом виде: 0,4; 1 или $x_1 = \frac{2}{5}$, $x_2 = 1$.

Формулу дискриминанта и формулу корней нужно знать.

Аккуратно и подробно записывайте решение уравнения на черновике.

10. Вычислите координаты точки D.



Решение. Для того чтобы найти координаты точки D — общей точки прямых, заданных уравнениями $x - 3y = 9$ и $3x + 2y = 5$, нужно решить систему этих уравнений.

$$\begin{cases} x - 3y = 9, \\ 3x + 2y = 5; \end{cases} \quad \begin{cases} -3x + 9y = -27, \\ 3x + 2y = 5. \end{cases}$$

При сложении уравнений получаем: $11y = -22$, откуда $y = -2$. Подставив найденное значение y в первое уравнение системы, получаем $x = 9 + 3 \cdot (-2)$, откуда $x = 3$.

Ответ: $D(3; -2)$.

Другие решения. Иногда в задачах такого типа можно подобрать координаты общей точки прямых (если координаты — целые числа). В этом задании этот «способ решения» приведет к правильному ответу.

Выразим y через x: $y = \dfrac{x-9}{3}$ и $y = \dfrac{-3x+5}{2}$.

Для удобства подбор запишем в таблице:

x	0	1	2	3
$y = \dfrac{x-9}{3}$	-3	$-\dfrac{8}{3}$	$-\dfrac{7}{3}$	-2
$y = \dfrac{-3x+5}{2}$	2,5	1	−0,5	-2

Получилось, что при $x = 3$ обе функции принимают одно и то же значение, следовательно, координаты точки D удалось подобрать.

Предостережение. 18,3 % всех участников экзамена не смогли решить это задание.

Не во всех заданиях такого типа подбор приведет к ответу.

Если в ответе была указана только абсцисса ($x = 3$) точки D, или только ордината ($y = -2$) — такие ответы засчитывались как неправильные.

При записи координат точки D важно не перепутать x и y.

Совет. Такие задания нужно выполнять решением системы уравнений. Получив решения системы, обязательно проверьте правильность полученных значений переменных подстановкой в систему уравнений.

Систему уравнений можно решать любым способом: сложением (как в решении), подстановкой.

Иногда в таких заданиях бывает результативным подбор целочисленных координат (как в другом решении).

Получив ответ, обратите внимание на знаки x и y: из рисунка видно, что x должен быть положительным, а y — отрицательным.

11. Прочитайте задачу:

«В трех группах детского сада 65 детей. В младшей группе в 2 раза меньше детей, чем в средней, а в старшей — на 10 детей меньше, чем в средней. Сколько детей в младшей группе?»

Какое уравнение соответствует условию задачи, если буквой x обозначено число детей в младшей группе?

1) $x + \frac{x}{2} + (x - 10) = 65$

2) $x + (x - 10) + 2(x - 10) = 65$

3) $x + \frac{x}{2} + \left(\frac{x}{2} - 10\right) = 65$

4) $x + 2x + (2x - 10) = 65$

Решение. Пусть x детей в младшей группе.

Так как в младшей группе в 2 раза меньше детей, чем в средней, то в средней группе в 2 раза больше, чем в младшей, т.е. $2x$ детей.

В старшей группе на 10 детей меньше, чем в средней, т.е. $2x - 10$.

В трех группах 65 детей, следовательно, $x + 2x + (2x - 10) = 65$.

Ответ: 4.

Другие решения. Можно решить каждое уравнение и проверить на соответствие полученных значений x условию задачи.

Решив первое уравнение, получим $x = 30$. Если в младшей группе 30 детей, то в средней в 2 раза больше, т.е. 60, тогда уже в двух группах 90 детей, а по условию во всех трех группах только 65 — уравнение не соответствует условию задачи.

Решив второе уравнение, получим $x = 23{,}75$. В младшей группе не может быть нецелое количество детей, следовательно, уравнение не соответствует условию задачи.

Решив третье уравнение, получим $x = 37{,}5$. В младшей группе не может быть нецелое количество детей, следовательно, уравнение не соответствует условию задачи.

Осталось только четвертое уравнение. Поскольку три варианта не подходят, то остался только вариант под номером 4 (в задании должен быть только один правильный ответ).

Если решить четвертое уравнение, то получится $x = 15$. В младшей группе 15 детей, в средней (в 2 раза больше, чем в младшей) — 30 детей, в старшей (на 10 меньше, чем в средней) — 20 детей, во всех трех группах: $15 + 30 + 20 = 65$ (детей). Все условия задачи при найденном значении x выполняются, следовательно, четвертое уравнение соответствует условию задачи.

Предостережение. 22,9 % всех участников экзамена не смогли решить это задание.

Типичной ошибкой было то, что в средней группе получали $\frac{x}{2}$ детей. Невнимательное прочтение условия «в младшей группе в 2 раза меньше детей, чем в средней» только как «в 2 раза меньше», без учета в какой группе «меньше», привело к неправильному ответу (под номером 3).

Совет. Самый надежный способ выполнения таких заданий — аккуратное решение задачи с записью условия задачи в виде уравнения.

Желательно полученное уравнение решить, проверить корень, а после этого проверить на соответствие условию задачи (в этом случае ошибки исключены).

Если такой подход покажется трудоемким, решите данные уравнения с последующей проверкой на соответствие условию задачи (в этом задании в двух уравнениях получаются дробные корни — что явно не может соответствовать условию задачи).

Все решения нужно аккуратно записать на черновике.

12. Из арифметических прогрессий, заданных формулой n-го члена, выберите ту, для которой выполняется условие $a_{25} > 0$.

1) $a_n = -4n$
2) $a_n = 4n - 100$
3) $a_n = -4n + 150$
4) $a_n = 4n - 150$

Решение. Найдем a_{25} в каждом случае.

1) $a_{25} = -4 \cdot 25 = -100$ — не удовлетворяет условию $a_{25} > 0$.

2) $a_{25} = 4 \cdot 25 - 100 = 0$ — не удовлетворяет условию $a_{25} > 0$.

3) $a_{25} = -4 \cdot 25 + 150 = 50$ — удовлетворяет условию $a_{25} > 0$.

Учитывая, что только один ответ правильный, можем сказать, что он найден.

На всякий случай проверим и четвертый ответ: $a_{25} = 4 \cdot 25 - 150 = -50$ — не удовлетворяет условию $a_{25} > 0$.

Ответ: 3.

Предостережение. 13,6 % всех участников экзамена не смогли решить это задание.

Совет. В этом задании требуется только знание обозначения двадцать пятого члена последовательности и умение находить этот член последовательности по формуле n-го члена (условие, что эта последовательность является арифметической прогрессией, в данном задании не является важным).

То, что нужно просто подставить в формулу вместо n число 25, явно записано в индексе a. Задание было бы интереснее, если бы в задаче «двадцать пятый член прогрессии» было написано словами.

13. Решите неравенство $8-\frac{1}{8}x>0$.

1) $x>1$ 2) $x>-1$ 3) $x<64$ 4) $x<-64$

Решение. Решим неравенство $8-\frac{1}{8}x>0$ (умножим обе части неравенства на 8), $64-x>0$, $x<64$.

Ответ: 3.

Другое решение. Попробуем «угадать» ответ.

Возьмем значение $x=0$. При $x=0$ неравенство $8-\frac{1}{8}x>0$ обращается в верное числовое: $8>0$.

1) $x=0$ не удовлетворяет неравенству $x>1$.
2) $x=0$ удовлетворяет неравенству $x>-1$.
3) $x=0$ удовлетворяет неравенству $x<64$.
4) $x=0$ не удовлетворяет неравенству $x<-64$.

Значение $x=0$ обращает в верное числовое неравенство неравенства под номерами 2 и 3, а также исходное, но не неравенства под номерами 1 и 4, поэтому 1 и 4 не являются ответами.

Возьмем какое-нибудь значение x, которое удовлетворяет только одному из неравенств $x>-1$ и $x<64$, например, $x=-8$.

При $x=-8$ неравенство $8-\frac{1}{8}x>0$ обращается в верное числовое: $9>0$.

2) $x=-8$ не удовлетворяет неравенству $x>-1$.
3) $x=-8$ удовлетворяет неравенству $x<64$.

Значение $x=-8$ обращает в верное числовое неравенство исходное и третье неравенство. Значит, верный ответ: 3.

Предостережение. 17,7 % всех участников экзамена не смогли решить это задание.

Есть опасность при решении исходного неравенства (при переносе 8 в правую часть) ошибиться при делении на отрицательный коэффициент при x.

Совет. Неравенства такого типа проще решить, нежели пытаться угадать ответ.

Правильно выполняйте правило решения линейного неравенства:

1) выражение с переменной оставьте в левой части, число перенесите в правую (не забудьте поменять знак перед числом);

2) разделите обе части неравенства на коэффициент при переменной, помня, что при делении на положительное число знак неравенства сохраняется, а при делении на отрицательное — знак меняется.

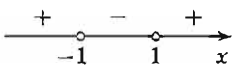
Аккуратно пишите решение на черновике.

14. Для каждого неравенства укажите множество его решений.
В таблице под каждой буквой запишите номер соответствующего ответа.

А) $x^2 - 1 < 0$	1) $\varnothing$
Б) $x^2 + 1 < 0$	2) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
В) $x^2 - 1 > 0$	3) $(-1; 1)$

Решение. Решим каждое неравенство.

А) $x^2 - 1 < 0$, $(x-1)(x+1) < 0$.

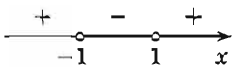


$x \in (-1; 1)$ — ответ под номером 3. Получили соответствие: А — 3.

Б) У неравенства $x^2 + 1 < 0$ нет решений ($x \in \varnothing$), так как $x^2 \geqslant 0$ при всех значениях x, тогда $x^2 + 1 > 0$ при всех значениях x. Неравенству Б соответствует ответ под номером 1. Получили соответствие: Б — 1.

Остался последний вариант: В — 2.

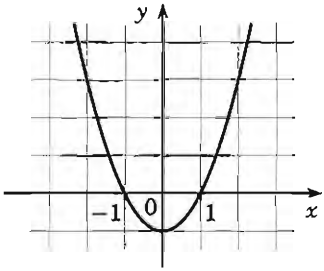
Можно проверить и решение последнего неравенства: $x^2 - 1 > 0$, $(x-1)(x+1) > 0$.



$x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ — неравенству В соответствует ответ под номером 2.

Ответ: А-3, Б-1, В-2.

Другие решения. 1. Если построить график функции $y = x^2 - 1$, то сразу можно будет двум неравенствам поставить в соответствие решения.



Графиком функции $y = x^2 - 1$ является парабола, ветви которой направлены вверх, нули функции: $x = -1$; $x = 1$.

$y < 0$ (точки графика функции находятся ниже оси Ox) при $x \in (-1; 1)$;

$y > 0$ (точки графика функции находятся выше оси Ox) при $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

2. Рассмотрим конкретные значения x (если для них мы сможем однозначно выбрать верный ответ, то он и будет правильным решением).

Возьмем значение $x = 0$, оно принадлежит только одному из трех множеств — $(-1; 1)$.

А) $x^2 - 1 < 0$ при $x = 0$ обращается в верное числовое неравенство: $-1 < 0$, т.е. одну пару соответствий нашли: А — 3.

Возьмем значение $x = 2$, оно принадлежит только одному из оставшихся двух множеств — $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Б) $x^2 + 1 < 0$ при $x = 2$ обращается в неверное числовое неравенство: $5 < 0$.

В) $x^2 - 1 > 0$ при $x = 2$ обращается в верное числовое неравенство: $3 > 0$. Нашли еще одну пару соответствий: В — 2.

Осталась еще одна пара: Б — 1.

Предостережение. 22,2 % всех участников экзамена не смогли решить это задание.

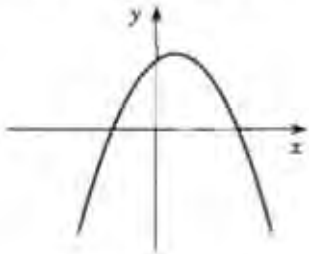
Не пытайтесь выполнять это задание в уме.

Совет. Решите каждое неравенство, сначала записав букву этого неравенства. Получив решение, запишите цифру ответа. Зафиксируйте полученное соответствие так же, как в решении.

Решайте квадратное неравенство удобным для вас способом: разложением на множители, графическим методом.

Получив ответ, не поленитесь взять контрольную точку из полученного множества и подставить в исходное неравенство — это позволит избежать ошибки в выборе нужного промежутка на координатной прямой.

15. На рисунке изображен график функции $y = ax^2 + bx + c$. Определите знаки коэффициента a и дискриминанта D.



1) $a > 0$, $D > 0$
2) $a > 0$, $D < 0$
3) $a < 0$, $D > 0$
4) $a < 0$, $D < 0$

Решение. Ветви параболы направлены вниз, следовательно, старший коэффициент отрицательный.

Парабола имеет две точки пересечения с осью Ox, следовательно, квадратное уравнение имеет два корня, т.е. $D > 0$.

Осталось выбрать ответ, в котором указано: $a < 0$, $D > 0$.

Ответ: 3.

Предостережение. 19 % всех участников экзамена не смогли решить это задание, наверное, испугавшись отсутствия чисел.

Совет. Рассуждений, приведенных в решении, достаточно для получения ответа.

При выполнении таких задач нужно знать, как расположение параболы зависит от коэффициентов и дискриминанта квадратного трехчлена.

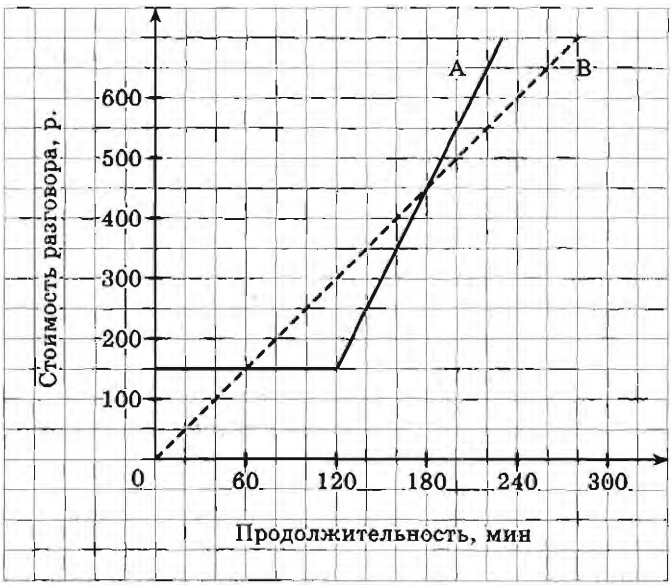
От коэффициента a зависит направление ветвей параболы: $a < 0$ — ветви направлены вниз, $a > 0$ — ветви направлены вверх.

Если $D > 0$, то есть две точки пересечения с осью Ox; если $D < 0$, то нет точек пересечения с осью x; если $D = 0$, то парабола имеет одну общую точку с осью Ox (парабола касается оси Ox).

Коэффициент c — это значение функции при $x = 0$, т.е. ордината точки пересечения параболы с осью Oy.

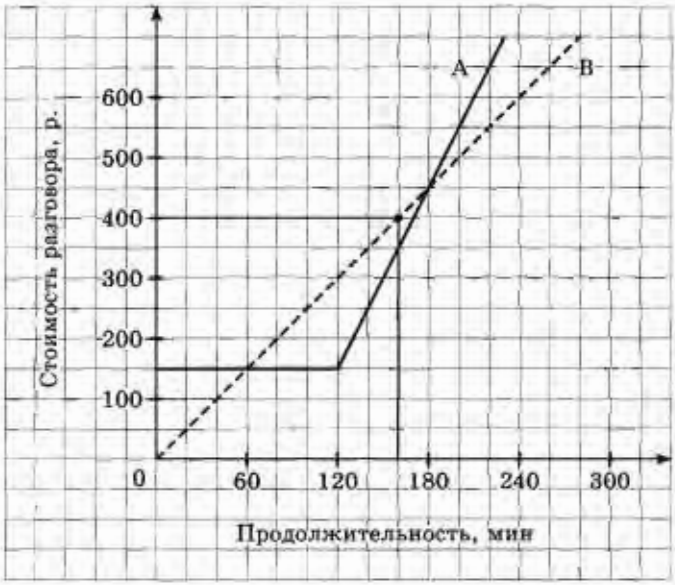
Сложнее вопрос про знак коэффициента b — его можно выразить через абсциссу вершины и старший коэффициент, используя формулу $x_в = -\frac{b}{2a}$.

16. Компания предлагает на выбор два различных тарифа для оплаты телефонных разговоров: тариф А и тариф В. Для каждого тарифа зависимость стоимости разговора от его продолжительности изображена графически. На сколько минут хватит 400 р., если используется тариф В?



Решение. Решение заключается в том, чтобы на оси ординат найти число 400, через эту точку провести прямую параллельно оси Ox до пересечения с графиком тарифа В (штриховая линия), из точки пересечения провести прямую

параллельно оси *Oy*, рассчитать абсциссу точки пересечения. Сложность (мнимая) заключается в том, что трем делениям соответствует значение 60, т.е. одному делению соответствует 20 (минут). Получаем ответ: 400 рублей хватит на 160 минут разговора.



Ответ: 160.

Предостережение. 14,6 % всех участников экзамена не смогли решить это задание.

Для многих оказалось неожиданностью, что задание на прочтение графика линейной функции оказалось на 16 позиции первой части — ожидалось, что это задание должно быть самым сложным в этой части.

Совет. Чтобы не запутаться в осях, не перепутать графики (в нужной области график тарифа B идет выше графика тарифа A), начертите нужные линии так же, как в решении.

Внимательно прочитайте условие несколько раз (в этой задаче много избыточной информации), постарайтесь отвечать только на поставленный вопрос — не придумывайте свою задачу.

Решение заданий второй части. Предостережения. Советы

Общее замечание. Критерии проверки второй части ГИА максимально приближены к проверке традиционной работы. Поэтому при формировании стратегии подготовки необходимо рекомендовать учащимся «не разбрасываться» — лучше полностью и без ошибок решить меньшее число заданий, чем по чуть-чуть продвинуться во всех (во втором случае, скорее всего, будет выставлено 0 баллов по второй части).

17. Решите уравнение $x^3 - 5x^2 - 9x + 45 = 0$.

Решение. Разложим на множители левую часть уравнения.

$$x^3 - 5x^2 - 9x + 45 = 0,$$

$$x^2(x-5) - 9(x-5) = 0,$$

$$(x-5)(x^2-9) = 0,$$

$$(x-5)(x-3)(x+3) = 0.$$

Произведение равно нулю, если один из множителей равен нулю (а другие определены, но здесь это условие несущественно): $x - 5 = 0$, или $x - 3 = 0$, или $x + 3 = 0$. Значит, уравнение имеет корни: -3; 3; 5.

Ответ: -3; 3; 5.

Другие решения. 1. Перечислив делители числа 45: -1, 1, -3, 3, -5, 5, -9, 9, -15, 15, -45, 45, подстановкой в исходное уравнение найдем какой-нибудь корень, например, $x = 3$. Поделим «уголком» $x^3 - 5x^2 - 9x + 45$ на $x - 3$, получим $x^2 - 2x - 15$. Получили: $x^3 - 5x^2 - 9x + 45 = (x-3)(x^2 - 2x - 15)$. Найдем корни квадратного трехчлена, решив квадратное уравнение. Исходное уравнение имеет корни: -3; 3; 5.

2. Можно поискать целые корни уравнения, зная, что это делитель свободного члена. Перечислив делители числа 45: -1, 1, -3, 3, -5, 5, -9, 9, -15, 15, -45, 45, подстановкой в исходное уравнение найдем корни: -3; 3; 5. Зная, что многочлен третьей степени имеет не более трех различных действительных корней, делаем вывод, что все корни найдены.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно выполнено разложение левой части уравнения на множители, правильно применено условие равенства нулю произведения, получен верный ответ.
1	Ход решения правильный, многочлен в левой части уравнения разложен на множители, но при этом есть ошибка в знаке, например, получен двучлен $x^2 + 9$, ответ дан с учетом этой ошибки. Или: допущена описка на последнем шаге.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Предостережение. 37 % всех участников экзамена не приступали или не смогли решить это задание (наивысший балл получили 56 % участников экзамена).

Высока опасность ошибиться в знаках.

Возможны арифметические ошибки.

Совет. Все решение аккуратно записывайте на бланке. Закончив решение, обязательно запишите ответ, еще раз перечитав вопрос задания.

Если есть возможность проверить правильность вычисления корня — аккуратно запишите все вычисления на черновике.

Обратите внимание на последнее приведенное решение — это решение самое сложное для выставления баллов экспертами в соответствии с критериями.

Разумеется, не надо пытаться запомнить формулу корней кубического уравнения.

18. Решите неравенство $(2\sqrt{5} - 5)(4x - 7) > 0$.

Решение. Обратим внимание на первый множитель: $2\sqrt{5} - 5$ — это число. Определим знак этого числа: так как $2\sqrt{5} = \sqrt{20}$ и $\sqrt{20} < \sqrt{25}$, $\sqrt{20} < 5$, то $2\sqrt{5} - 5 < 0$.

Получаем неравенство: $4x - 7 < 0$. Отсюда $x < 1{,}75$.

Ответ: $x < 1{,}75$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, правильно выполнен первый шаг, но при решении линейного неравенства допущена вычислительная ошибка или описка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Предостережение. 61 % всех участников экзамена не приступали или не смогли решить это задание (наивысший балл получили 34 % участников экзамена).

Не «отбрасывайте» числовой множитель, не выяснив его знак — это ловушка, в которую попались многие. (Если Вы не можете определить знак этого числового множителя, решите задачу, считая множитель отрицательным — почти наверняка так и будет.)

Возможны арифметические ошибки.

Совет. Все решение аккуратно записывайте на бланке.

Закончив решение, обязательно запишите ответ, еще раз перечитав вопрос задания.

19. В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 132, а сумма второго и третьего членов равна 110. Найдите первые три члена этой прогрессии.

Решение. Пусть (b_n) — данная геометрическая прогрессия. По формуле n-го члена геометрической прогрессии $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, где b_1 — первый член прогрессии, q — ее знаменатель, выразим данные члены прогрессии: $b_2 = b_1 q$, $b_3 = b_1 q^2$.

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} b_1 + b_2 = 132, \\ b_2 + b_3 = 110; \end{cases} \quad \begin{cases} b_1 + b_1 q = 132, \\ b_1 q + b_1 q^2 = 110; \end{cases} \quad \begin{cases} b_1(1+q) = 132, \\ b_1 q(1+q) = 110; \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_1(1+q) = 132, \\ q \cdot 132 = 110; \end{cases} \quad \begin{cases} b_1 = 72, \\ q = \dfrac{5}{6}. \end{cases}$$

$b_2 = 72 \cdot \frac{5}{6} = 60$, $b_3 = 60 \cdot \frac{5}{6} = 50$.

Ответ: 72; 60; 50.

Другие решения. Пусть (b_n) — данная геометрическая прогрессия.

По свойству геометрической прогрессии $b_1 b_3 = b_2^2$. По условию задачи $\begin{cases} b_1 + b_2 = 132, \\ b_2 + b_3 = 110, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} b_1 = 132 - b_2, \\ b_3 = 110 - b_2. \end{cases}$

Перемножив, получаем: $b_1 b_3 = (132 - b_2)(110 - b_2)$.

Полученное уравнение перепишем в виде: $b_2^2 = (132 - b_2) \times$ $\times (110 - b_2)$ или $b_2^2 = 14520 - 242b_2 + b_2^2$, откуда $b_2 = 60$. Тогда $b_1 = 72$, $b_3 = 50$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, решение доведено до конца, но допущена одна вычислительная ошибка и ответ отличается от правильного.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Предостережение. 74 % всех участников экзамена не приступали или не смогли решить это задание (наивысший балл получили 23 % участников экзамена).

Записав в ответ только два члена прогрессии, можно потерять один балл.

Обратите внимание на критерии проверки: одна арифметическая ошибка — потеря одного балла, а две и более арифметических ошибки — потеря всех баллов за это задание.

Совет. Формулы для геометрической прогрессии, используемые для решения, обязательно записывайте и в бланке, и на черновике.

Закончив решение, обязательно запишите ответ, еще раз перечитав вопрос задания. Если остается время, проверьте лишний раз, что выписанные числа образуют геометрическую прогрессию, которая удовлетворяет условию задачи.

20. При каких значениях m и n, связанных соотношением $m-n=1$, выражение $m^2-6mn+4n^2$ принимает наибольшее значение?

Решение. Выразим из равенства $m-n=1$ одну переменную через другую, например, переменную m через n: $m=1+n$. Подставив $1+n$ вместо переменной m в выражение m^2-6mn+ $+4n^2$, получим: $(1+n)^2-6n(1+n)+4n^2=-n^2-4n+1$.

Выделим в полученном трехчлене $-n^2-4n+1$ квадрат двучлена: $-n^2-4n+1=-(n+2)^2+5$. Значит, наибольшее значение трехчлен принимает при $n=-2$.

Из равенства $m=1+n$ найдем соответствующее значение m: $m=1-2=-1$.

Ответ: $m=-1$, $n=-2$.

Другое решение. Второй шаг может быть выполнен с опорой на свойство квадратичной функции: функция $y=ax^2+$ $+bx+c$, где $a<0$, принимает наибольшее значение при $x=$ $=-\frac{b}{2a}$. Воспользовавшись этой формулой, получим: $n=-\frac{-4}{-2}=$ $=-2$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
6	Ход решения верный, все его шаги выполнены, получен верный ответ.
5	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена одна ошибка в преобразованиях или в вычислениях, с ее учетом дальнейшие шаги выполнены правильно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

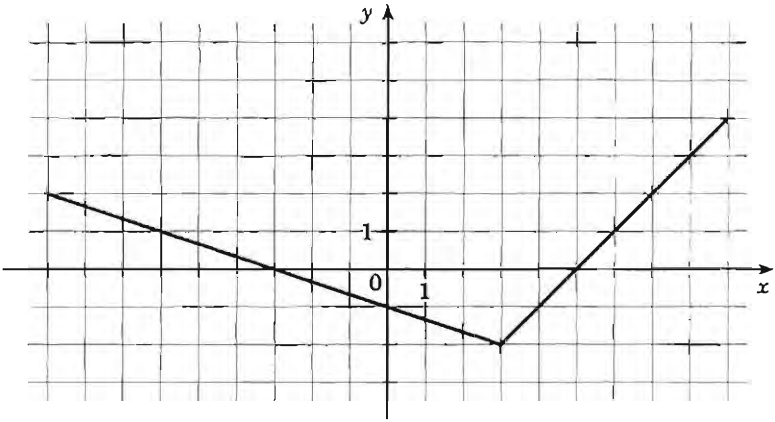
Предостережение. 90 % всех участников экзамена не приступали или не смогли решить это задание (наивысший балл получили только 8 % участников экзамена).

Обратите внимание на критерии проверки: одна вычислительная ошибка — потеря одного балла, а две и более — потеря всех баллов за это задание.

Совет. Все решение аккуратно записывайте на бланке.

Закончив решение, обязательно запишите ответ, еще раз перечитав вопрос задания.

21. Задайте аналитически (т.е. с помощью формул) функцию, график которой изображен на рисунке.



Решение. По рисунку видно, что график функции состоит из двух лучей с общим началом в точке $(3; -2)$.

Составим уравнение прямой, проходящей через точки $(-3; 0)$ и $(3; -2)$. Подставив координаты точек в уравнение прямой $y = kx + b$, получим систему уравнений $\begin{cases} 0 = -3k + b, \\ -2 = 3k + b. \end{cases}$

Отсюда $k = -\frac{1}{3}$, $b = -1$. Значит, при $x < 3$ функция задается формулой $y = -\frac{1}{3}x - 1$.

Составим уравнение прямой, проходящей через точки $(5; 0)$ и $(3; -2)$. Подставив координаты точек в уравнение прямой $y = kx + b$, получим систему уравнений $\begin{cases} 0 = 5k + b, \\ -2 = 3k + b. \end{cases}$

Отсюда $k = 1$, $b = -5$. Значит, при $x \geqslant 3$ функция задается формулой $y = x - 5$.

Таким образом, $y = \begin{cases} -\frac{1}{3}x - 1, & \text{если } x < 3, \\ x - 5, & \text{если } x \geqslant 3. \end{cases}$

Ответ: $y = \begin{cases} -\frac{1}{3}x - 1, & \text{если } x < 3, \\ x - 5, & \text{если } x \geqslant 3. \end{cases}$

Другое решение. Те, кто уверенно чувствует себя в задачах с модулем, могут решить эту задачу следующим образом.

Общий вид функции, график которой состоит из двух лучей с общим началом в точке с абсциссой, равной 3, имеет вид: $y = a(x - 3) + b|x - 3| + c$. Далее геометрически или подстановкой трех значений x (например, 0, 3, 5) находим коэффициенты: $a = \frac{1}{3}$, $b = \frac{2}{3}$, $c - -2$, получается: $y = \frac{2}{3}|x - 3| + \frac{1}{3}x - 3$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
6	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
5	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена вычислительная ошибка или описка. Или: Ход решения верный, все его шаги выполнены, но оба промежутка, на которые распадается область определения функции, заданы строгими неравенствами. Или: уравнения прямых составлены верно, но не указаны соответствующие им промежутки.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Предостережение. 83 % всех участников экзамена не приступали или не смогли решить это задание (наивысший балл получили только 11 % участников экзамена).

Обратите внимание на критерии проверки: одна вычислительная ошибка — потеря одного балла, а две и более — потеря всех баллов за это задание.

Совет. Все решение аккуратно записывайте на бланке.

Закончив решение, обязательно запишите ответ, еще раз перечитав вопрос задания.

Все вычисления аккуратно записывайте на черновике.

Ответы

Демонстрационный вариант 2009 года

1. 2. **2.** 3. **3.** 2. **4.** −1,6. **5.** 3. **6.** 4. **7.** 4. **8.** 0,012. **9.** −2,5. **10.** $x = 2$; $y = 4$. **11.** 4. **12.** 3. **13.** 2. **14.** А-3, Б-1, В-2. **15.** 3. **16.** 800 тыс. **17.** −3. **18.** Уравнение корней не имеет. **19.** 9600. **20.** Наименьшее значение выражения равно 0, оно достигается при $x = -2$, $y = 1$. **21.** $\frac{2}{3} < k < 2$.

Диагностическая работа №1

1. 3. **2.** 2. **3.** 3. **4.** 1,6. **5.** 19 км/ч. **6.** 2. **7.** 2. **8.** 800. **9.** 1,2. **10.** (2; 8). **11.** 3. **12.** 2. **13.** 1. **14.** А-2, Б-1, В-3. **15.** 1. **16.** В на 5000 штук.

Тематические задания. Комплект 1

Задача 1. **1.** 2. **2.** 3. **3.** 4. **4.** 0,99. **5.** 0,009. **6.** 0,623. **7.** −0,07. **8.** 0,78. **9.** 1. **10.** 3.

Задача 2. **1.** $\sqrt{0}$, $\sqrt{1}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{16}$. **2.** 0,25. **3.** 90000. **4.** 1,69. **5.** 2,7. **6.** 0,03. **7.** 40. **8.** 1. **9.** 3. **10.** 2.

Задача 3. **1.** 13,6. **2.** 8,7. **3.** 5. **4.** 30. **5.** 221. **6.** 25. **7.** 20. **8.** 54. **9.** 15. **10.** 9.

Задача 4. **1.** −2. **2.** −0,5. **3.** 0. **4.** 3. **5.** −2. **6.** 1,5. **7.** 0,5. **8.** 7,5. **9.** 0,4. **10.** 3,7.

Задача 5. **1.** 180. **2.** 10000. **3.** А-2, Б-3, В-1. **4.** 125 км. **5.** 2,2 м^3. **6.** 1,5 м/с. **7.** 20 км. **8.** 28 р. **9.** 5 м/с. **10.** 3.

Задача 6. **1.** 1. **2.** 3. **3.** 1. **4.** 3. **5.** 2. **6.** 4. **7.** 4. **8.** 3. **9.** 1. **10.** 4.

Задача 7. **1.** 2. **2.** 2. **3.** 3. **4.** 4. **5.** 1. **6.** 1. **7.** 4. **8.** 3. **9.** 1. **10.** 2.

Задача 8. **1.** 0,5. **2.** 3. **3.** 1. **4.** 2. **5.** 3. **6.** 4. **7.** 2. **8.** 200. **9.** 6000. **10.** 66.

Задача 9. **1.** 2. **2.** 7. **3.** 2,4. **4.** 1,4. **5.** −0,9. **6.** 2,9. **7.** 3,2. **8.** 1,64. **9.** 6. **10.** 4.

Задача 10. **1.** 2,6. **2.** (−5,2; −19,4). **3.** (2,4; 2,2). **4.** −4; 3. **5.** (−5; −7), (2; 7). **6.** (1; 3). **7.** (−1; −5), (3; 23). **8.** (−3; −6). **9.** (2; 5). **10.** (1; −1).

Задача 11. **1.** 3. **2.** 3. **3.** 12. **4.** 4. **5.** 2. **6.** 2. **7.** 3. **8.** 4. **9.** 2. **10.** 2.

Задача 12. **1.** 3. **2.** 2. **3.** 4. **4.** 4. **5.** 2. **6.** 3. **7.** 1. **8.** 2. **9.** 1. **10.** 4.

Задача 13. **1.** 3. **2.** 4. **3.** 1. **4.** 4. **5.** 2. **6.** 3. **7.** А-2; Б-1; В-3. **8.** 1. **9.** 4. **10.** 3.

Задача 14. **1.** 22. **2.** 3. **3.** 24. **4.** 192. **5.** А-3, Б-2, В-1. **6.** 3. **7.** –3. **8.** 3. **9.** 3. **10.** А-2, Б-3, В-1.

Задача 15. **1.** 3. **2.** –3. **3.** А-3; Б-4; В-2. **4.** –4. **5.** 2. **6.** А-3; Б-1; В-4. **7.** А-3; Б-2; В-1. **8.** 4. **9.** 2. **10.** 3.

Задача 16. **1.** 50. **2.** 100. **3.** 1,5. **4.** 3. **5.** 2,5 часа. **6.** 4. **7.** 2. **8.** 3. **9.** 12,5. **10.** В 2006-м на 500000.

Диагностическая работа №2

1. 4. **2.** 3. **3.** 2. **4.** –0,4. **5.** 500 кг/м^3. **6.** 3. **7.** 1. **8.** 1,1. **9.** –6,5. **10.** (–1; 1). **11.** 2. **12.** 4. **13.** 4. **14.** А-3, Б-1, В-2. **15.** 1. **16.** А на 5000 штук.

Диагностическая работа №3

1. 3. **2.** 1. **3.** 1. **4.** 0,75. **5.** 30 р. **6.** 1. **7.** 4. **8.** 2100. **9.** –4. **10.** (2; 3). **11.** 1. **12.** 3. **13.** 3. **14.** А-2, Б-3, В-1. **15.** 2. **16.** 45000 штук.

Тематические задания. Комплект 2

Задача 1. **1.** 3. **2.** 1. **3.** 2. **4.** –0,103. **5.** –0,131. **6.** 0,001. **7.** –0,01. **8.** 1,502. **9.** 2. **10.** 3.

Задача 2. **1.** 0, 1, $\frac{2}{3}$, $\frac{6}{4}$, $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$, $-\frac{2}{3}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{49}$, $\sqrt{\frac{4}{9}}$, $-\sqrt{\frac{4}{9}}$. **2.** 0,0049. **3.** 8100. **4.** 2,89. **5.** 5,3. **6.** 0,08. **7.** 70. **8.** 3. **9.** 4. **10.** 1.

Задача 3. **1.** 0,78. **2.** 5,4. **3.** 22. **4.** 90. **5.** 393,7. **6.** 150. **7.** 60. **8.** 29. **9.** 9. **10.** 5.

Задача 4. **1.** –9. **2.** 1,75. **3.** 2,76. **4.** –1,25. **5.** –3,6. **6.** –3. **7.** 1,2. **8.** 0,55. **9.** –2,9. **10.** –14.

Задача 5. **1.** 900. **2.** 1000000. **3.** А-3, Б-1, В-2. **4.** 75 км. **5.** 2100 кг. **6.** 4000 кг. **7.** 10 р. **8.** 450 м. **9.** 1 г/см^3. **10.** 1.

Задача 6. **1.** 3. **2.** 1. **3.** 3. **4.** 2. **5.** 4. **6.** 1. **7.** 2. **8.** 4. **9.** 3. **10.** 2.

Задача 7. **1.** 1. **2.** 3. **3.** 1. **4.** 4. **5.** 4. **6.** 2. **7.** 3. **8.** 4. **9.** 3. **10.** 2.

Задача 8. **1.** 1,6. **2.** 1. **3.** 2. **4.** 3. **5.** 1. **6.** 3. **7.** 2. **8.** 0,01. **9.** 40. **10.** 257.

Задача 9. **1.** 3. **2.** −17. **3.** −0,8. **4.** 1,8. **5.** 1,1. **6.** 0,4. **7.** 2,4. **8.** −1,9. **9.** −7,5. **10.** 53.

Задача 10. **1.** −6,5. **2.** (−1,6; −8,2). **3.** (−2,2; −5,8). **4.** (−3; 4). **5.** (−6; −11), (4; 19). **6.** (−2; −3). **7.** (−3; 35), (2; 15). **8.** (1; 2). **9.** (−1; −4). **10.** (−2; −1).

Задача 11. **1.** 6. **2.** 3. **3.** 15. **4.** 3. **5.** 1. **6.** 3. **7.** 2. **8.** 3. **9.** 1. **10.** 2.

Задача 12. **1.** 1. **2.** 4. **3.** 1. **4.** 1. **5.** 3. **6.** 2. **7.** 3. **8.** 1. **9.** 3. **10.** 4.

Задача 13. **1.** 2. **2.** 3. **3.** 2. **4.** 4. **5.** 2. **6.** 4. **7.** А-3; Б-1; В-2. **8.** 4. **9.** 3. **10.** 4.

Задача 14. **1.** 6,2. **2.** 3. **3.** 55,6. **4.** 81. **5.** 132. **6.** 2,1. **7.** −4. **8.** 2. **9.** 1. **10.** А-1, Б-2, В-3.

Задача 15. **1.** 4. **2.** 8. **3.** А-2; Б-4; В-3. **4.** 6. **5.** 1. **6.** А-4; Б-2; В-1. **7.** А-3; Б-1; В-4. **8.** 4. **9.** 3. **10.** 2.

Задача 16. **1.** 2500 пунктов. **2.** 4. **3.** 2. **4.** 1). **5.** 2000. **6.** 1. **7.** 2000. **8.** 4. **9.** 9. **10.** В 1994.

Диагностическая работа №4

1. 3. **2.** 2. **3.** 4. **4.** 11,25. **5.** 9 мин. **6.** 3. **7.** 1. **8.** 700. **9.** −5. **10.** (2; −1). **11.** 3. **12.** 4. **13.** 3. **14.** А-2, Б-3, В-1. **15.** 4. **16.** 10000 штук.

Диагностическая работа №5

1. 2. **2.** 4. **3.** 1. **4.** 0,08. **5.** 2 кг. **6.** 4. **7.** 4. **8.** 0,19. **9.** 0. **10.** (−1; −1). **11.** 4. **12.** 1. **13.** 3. **14.** А-1, Б-3, В-2. **15.** 3. **16.** 55000 штук.

Комплекты заданий второй части экзамена

Комплект 1. **17.** −1. **18.** $\frac{\sqrt{3}}{9}$. **19.** 82500. **20.** 0, при $x=-\frac{1}{3}$; $y=\frac{2}{3}$. **21.** $(-\infty; 3)\cup(3; +\infty)$.

Комплект 2. **17.** 1. **18.** Не имеет. **19.** 1605. **20.** −4, при $x=-\frac{7}{3}$; $y=\frac{4}{3}$. **21.** 1.

Диагностическая работа №6

1. 1. **2.** 2. **3.** 4. **4.** −6,7. **5.** 1050 р. **6.** 4. **7.** 2. **8.** 0,029. **9.** 5. **10.** (0,5; 4). **11.** 3. **12.** 1. **13.** 1. **14.** А-2, Б-1, В-3. **15.** 4. **16.** 110000 штук. **17.** −1,5. **18.** Не имеет. **19.** 1620. **20.** 3, при $x = 1$; $y = 3$. **21.** $(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$.

Диагностическая работа №7

1. 1. **2.** 3. **3.** 1. **4.** −1,25. **5.** 32 ч. **6.** 1. **7.** 3. **8.** 2. **9.** 0,8. **10.** (−0,5; −2). **11.** 2. **12.** 2. **13.** 2. **14.** А-1, Б-2, В-3. **15.** 3. **16.** 50000 штук. **17.** 1,5. **18.** Не имеет. **19.** 1143. **20.** 4, при $x = 1$; $y = 4$. **21.** $(-\infty; -2) \cup \{1\} \cup [3; +\infty)$.

Диагностическая работа №8

1. 2. **2.** 3. **3.** 3. **4.** 2,75. **5.** 5,4 км. **6.** 3. **7.** 2. **8.** 60. **9.** −0,5. **10.** (−1; 5). **11.** 4. **12.** 2. **13.** 2. **14.** А-3, Б-2, В-1. **15.** 3. **16.** 100000 штук. **17.** 1,5. **18.** Не имеет. **19.** 1620. **20.** 6, при $x = 2$; $y = 4$. **21.** $(-\infty; -3) \cup \{1,5\} \cup [3; +\infty)$.

Пример экзаменационного варианта 2008 года

1. −1,6. **2.** 1. **3.** 4. **4.** 3. **5.** $\frac{b+a}{ab}$. **6.** 2. **7.** 4. **8.** 3. **9.** $\frac{1}{3}$. **10.** $x = 1$; $y = -3$. **11.** 2. **12.** 1. **13.** А-1, Б-3, В-2. **14.** $a_1 = -5$; $d = 0,5$. **15.** 2. **16.** 1. **17.** $(a+1)(c-1)(c+1)$. **18.** $[-4; -3,5) \cup (-3,5; 3,5]$. **19.** 9600. **20.** (3; −2), (3; 3), (−7,5; −0,5). **21.** $\frac{2}{3} < k < 2$.

Пример экзаменационного варианта 2009 года

1. 2. **2.** 2. **3.** 4. **4.** 1,2. **5.** 1. **6.** 3. **7.** 4. **8.** $1 - 4y$. **9.** 0,4; 1. **10.** $D(3; -2)$. **11.** 4. **12.** 3. **13.** 3. **14.** А-3, Б-1, В-2. **15.** 3. **16.** 160. **17.** −3; 3; 5. **18.** $x < 1,75$. **19.** 72; 60; 50. **20.** $m = -1$; $n = -2$. **21.** $y = \begin{cases} -\frac{1}{3}x - 1, & \text{если } x < 3, \\ x - 5, & \text{если } x \geqslant 3. \end{cases}$

Оглавление

Введение 3

Методические рекомендации 8

Демонстрационный вариант 2009 года 23
Решение заданий первой части. Предостережения. Советы 28
Решение заданий второй части. Предостережения. Советы 50

Диагностическая работа №1 57

Тематические задания. Комплект 1 61
Задача 1 62
Задача 2 64
Задача 3 66
Задача 4 68
Задача 5 70
Задача 6 72
Задача 7 74
Задача 8 76
Задача 9 78
Задача 10 80
Задача 11 83
Задача 12 86
Задача 13 88
Задача 14 91
Задача 15 94
Задача 16 98

Диагностическая работа №2 101

Диагностическая работа №3 105

Тематические задания. Комплект 2 109
Задача 1 110
Задача 2 112
Задача 3 114
Задача 4 116
Задача 5 118
Задача 6 120
Задача 7 122
Задача 8 124
Задача 9 126
Задача 10 128

Задача 11 131
Задача 12 134
Задача 13 136
Задача 14 139
Задача 15 142
Задача 16 146

Диагностическая работа №4 149

Диагностическая работа №5 153

Комплекты заданий второй части экзамена 157

Диагностическая работа №6 159

Диагностическая работа №7 164

Диагностическая работа №8 169

Пример экзаменационного варианта 2008 года 174
Решение заданий первой части. Предостережения. Советы 179
Решение заданий второй части. Предостережения. Советы 196

Пример экзаменационного варианта 2009 года 203
Решение заданий первой части. Предостережения. Советы 208
Решение заданий второй части. Предостережения. Советы 228

Ответы 235

ГУП ОЦ Московский Дом Книги
ГИА Математика 9 кл.2010 Метод./Ященко
1060991 Цена: 90.00
2004293310609910153 0